Tech. Edu. J. 17(1): 23-38, Winter 2023

Technology of Education Journal
(TEJ)
Homepage: jte.sru.ac.ir

ORIGINAL RESEARCH PAPER

The effectiveness of teaching via constructed examples by using GeoGebra software in learning high school geometry theorems

M. Mehri-Tekmeh[1], M.A. Fariborzi-Araghi[*,1], E. Reyhani[2]

[1] Department of Mathematics and Statistics, Central Tehran branch, Islamic Azad university, Tehran, Iran
[2] Department of Mathematics, Faculty of sciences, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

Received: 19 May 2022
Reviewed: 24 July 2022
Revised: 5 October 2022
Accepted: 24 October 2022

KEYWORDS:
Examples
GeoGebra Software
Geometry

* Corresponding author
m_fariborzi@iauctb.ac.ir
(+98912)2191207

ABSTRACT

Background and Objectives: The purpose of this study is to investigate the use of researcher-made examples by GeoGebra software as an educational tool to increase the learning skills of geometric theorems and assess the attitude of 11th-grade math students towards geometry and provide a practical model for teaching geometry.

Methods: This research is a quasi-experimental type with an experimental group and a control group. It uses pre-test and post-test and is applied in terms of purpose. The statistical population of the present study included all-female high school students in the eleventh grade of mathematics in the districts three and four of Isfahan in the academic year 2021-2022. The statistical sample consisting of 120 students was purposefully selected using the available sample method. A pre-test of geometry course 1 as well as a three-scale Cattell intelligence test were administered to all groups in the same manner. A researcher-created questionnaire on a five-point Likert scale was given to all groups to assess the students' attitudes towards geometry before and after the research. The opinions of experienced education consultants and teachers were used to assess the validity of the questionnaire, and after correction, it was made available to students. The Cronbach's alpha coefficient was used to determine the reliability of the questions. Reliability was 0.93 indicating the high reliability of the questionnaire. The experimental group was taught how to use, construct simple shapes, and measure the components of shapes in GeoGebra via cyberspace, and their problems were solved by the researcher in five one-hour sessions. A researcher-created nine practical examples related to the sections of the circle and transformation sections in Geometry 2 using the opinions of five experienced professors and teachers, their answers were designed using GeoGebra software, and they were provided to the experimental group. Using this software, they guessed the components and checked their accuracy. The correct answers were then given to them. They also deduced the original form of the relevant theorems and demonstrated them. During this time, the control groups were given the contents of this section of the book in the traditional manner. The post-test was administered equally for all groups at the end of this period. The inferential part of SPSS 25 software, which included MANCOVA analysis, Kolmogorov-Smirnov test, Levin test, and M box test, was used to analyze the obtained data.

Findings: The results of MANCOVA analysis show that the use of examples made by GeoGebra software compared to traditional teaching has a statistically significant effect on students' ability to guess and learn geometric theorems. In addition, the questionnaire given to the students show that they value the use of GeoGebra to solve these examples and guess and prove the theorems related to them and have more motivation to participate in the geometry class.

Conclusion: According to the findings, the teaching method of proving a geometric theorem by using examples made by GeoGebra software increases the amount of learning in the classroom and increases students' motivation to learn geometry, and makes the classroom more attractive to them. This method increases students' creativity and causes them to be more involved in the learning process and becomes more active in the classroom, and these skills enable students and facilitate learning in the geometry classroom. There were some issues with the research. Some school principals, for example, refused to allow this method of teaching geometry. Some geometry teachers were also unfamiliar with GeoGebra software. In-service courses in this area are ideal for math teachers who want to help their students learn geometry more effectively and enthusiastically.

NUMBER OF REFERENCES 36
NUMBER OF FIGURES 8
NUMBER OF TABLES 8

مقاله پژوهشی

اثربخشی آموزش، با استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم‌افزار جئوجبرا در یادگیری قضایای هندسه متوسطه دوم

منیره مهری تکمه[1]، محمد علی فریبرزی عراقی*[1]، ابراهیم ریحانی[2]

[1] گروه ریاضی و آمار، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران
[2] گروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی، تهران، ایران

چکیده

پیشینه و اهداف: هدف از این پژوهش، بررسی استفاده از مثال‌های ساخته پژوهشگر توسط نرم‌افزار جئوجبرا به عنوان یک ابزارآموزشی برای افزایش مهارت یادگیری و اثبات قضایای هندسی و سنجش نگرش دانش‌آموزان پایه یازدهم ریاضی نسبت به درس هندسه و ارائه مدلی کاربردی برای آموزش درس هندسه است.

روش‌ها: این تحقیق از نوع شبه آزمایشی با یک گروه آزمایش و یک گروه کنترل و استفاده از پیش‌آزمون و پس‌آزمون بوده و از نظر هدف کاربردی است. جامعه آماری پژوهش حاضر، کلیه دانش آموزان دختر متوسطه دوم پایه یازدهم رشته ریاضی در ناحیه سه و چهار شهرستان اصفهان در سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹ است. نمونه آماری شامل ۱۲۰ دانش آموز، به صورت هدفمند و به روش نمونه در دسترس انتخاب شدند. در همه گروه‌ها پیش آزمونی از درس هندسه ۱، همچنین آزمون هوش کتل مقیاس سه به طوریکسان برگزارشد. سپس برای سنجش نگرش دانش‌آموزان نسبت به درس هندسه، هم قبل و هم بعد از انجام پژوهش، پرسشنامه ساخته پژوهشگر با طیف پنج درجه‌ای مقیاس لیکرت، در اختیار تمام گروه‌ها قرارگرفت. جهت سنجش روایی پرسشنامه، از نظرات مشاوران و دبیران مجرب آموزش و پرورش استفاده شد. مقدار ضریب آلفای کرونباخ برای سؤالات، ۰/۹۳ به دست آمد که نشان دهنده پایایی بسیار خوب پرسشنامه است. در ابتدا گروه آزمایش از طریق فضای مجازی، نحوه استفاده، ساخت اشکال ساده و اندازه‌گیری اجزای اشکال درجئوجبرا را دریافت کردند و اشکالاتشان در پنج جلسه یک ساعته، توسط نویسنده اول مقاله برطرف شد. پس از آن ۹ مثال کاربردی ساخته پژوهشگر، مربوط به بخش‌های دایره و تبدیلات هندسه ۲ در اختیار گروه آزمایش قرارگرفت که با بهره‌مندی از نظرات پنج تن از اساتید و معلمان با تجربه، اصلاح و جواب آنها با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا طراحی شده بود. دانش آموزان با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا به آنها پاسخ داده، رابطه بین اجزاء را حدس زده و در ادامه، درستی آن را تحقیق کردند. سپس با در اختیار داشتن جواب‌های درست، صورت اصلی قضایای مربوط را حدس زده و آنها را اثبات کردند. در این مدت، گروه‌های کنترل، مطالب همین قسمت ازکتاب را به روش معمول دریافت کردند در پایان این دوره از همه گروه‌ها پس آزمون، با سؤالات یکسان برگزارشد. جهت تجزیه و تحلیل داده‌های به دست آمده از بخش استنباطی نرم افزار SPSS 25 که شامل تحلیل مانکوا، آزمون کلموگروف اسمیرنوف، آزمون لون و آزمون ام باکس بود، استفاده شد.

یافته‌ها: نتایج حاصل از تحلیل مانکوا نشان می‌دهد که استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم‌افزار جئوجبرا نسبت به تدریس به روش سنتی، تأثیر معنی داری بر افزایش توانایی دانش‌آموزان در حدس و یادگیری قضایای هندسی دارد. علاوه بر این، پرسشنامه‌ای که در اختیار دانش‌آموزان قرارگرفت بیانگر آن است که آن‌ها برای استفاده از جئوجبرا برای حل این مثال‌ها و حدس و اثبات قضایای مربوط به آن‌ها ارزش قائل بوده و انگیزه بیشتری برای شرکت درکلاس هندسه دارند.

نتیجه‌گیری: با توجه به تحقیق انجام شده می‌توان گفت که شیوه تدریس و اثبات یک قضیه هندسی با استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم‌افزار جئوجبرا، با ارتقاء میزان یادگیری، انگیزه دانش‌آموزان را افزایش داده و کلاس درس را برای آن‌ها جذاب‌تر می‌کند. این روش، خلاقیت دانش آموزان را افزایش داده و باعث درگیری بیشتر آنها در فرایند یادگیری و فعال‌تر شدن آنها درکلاس درس شده و این مهارت‌ها باعث توانمند سازی دانش آموزان و تسهیل یادگیری درکلاس درس هندسه می‌شود. مشکلاتی برای انجام پژوهش به وجود آمد. از جمله مدیران بعضی مدارس، اجازه تدریس

تاریخ دریافت: ۲۹ اردیبهشت ۱۴۰۱
تاریخ داوری: ۲ مرداد ۱۴۰۱
تاریخ اصلاح: ۱۳ مهر ۱۴۰۱
تاریخ پذیرش: ۲ آبان ۱۴۰۱

واژگان کلیدی:
مثال‌ها
نرم افزار جئوجبرا
هندسه

*نویسنده مسئول
m_fariborzi@iauctb.ac.ir
۰۹۱۲-۲۱۹۱۲۰۷

هندسه به روش مذکور را ندادند. بعضی از دبیران هندسه نیز خود، طرز کار با نرم‌افزار جئوجبرا را نمی‌دانستند. بسیار بجاست که دوره‌های ضمن خدمت در این زمینه برای معلمان ریاضی تشکیل شود تا دانش‌آموزان با اشتیاق بیشتری مطالب هندسه را بهتر یاد گیرند.

مقدّمه

تحقیقات مختلف پژوهشی در طی سالهای گذشته باعث شده است که مفاهیم جدیدی در زمینه یادگیری مطرح شود. همین امر موجب تحولاتی در خصوص نحوه‌ی یادگیری و روشهای مؤثر در یادگیری و تدریس شده است. هدف از آموزش، فراهم آوردن فرصت‌هایی از سوی معلم برای کمک به یادگیری دانش آموزان است که در این روال، فعالیت اصلی را دانش‌آموزان انجام می‌دهند و کار معلم تسهیل فرایند یادگیری است. پیروان نظریه سازنده‌گرایی بیش از دیگران بر فعالیت یادگیرندگان در فرایند یادگیری تأکید دارند و خود آنان را عامل اصلی ادراک امور وکشف و ساختن دانش می‌دانند و برای معلم نقش هدایت گری و آسان‌سازی یادگیری را قائلند. بنابراین، مهم‌ترین نوع آموزش مبتنی بر نظریه‌های سازنده‌گرایی روش یادگیرنده محوری است [۱]. در نظام آموزشی رایج و سنتی، دانش به عنوان ابزاری پویا برای حل مسائل به کار برده نمی‌شود و به جای آن، خود دانش، محصول نهایی آموزش در نظرگرفته شده است. اما یک محیط سازنده‌گرا، محیطی است که دانش‌آموزان را برای همکاری در جامعه قادر سازد.

علاوه بر محیط فرهنگی و غنی اجتماعی، محیط فیزیکی نقش بسزایی در یادگیری دارد [۲]. منظور از محیط فیزیکی، محیطی غنی از ابزارهای فناورانه است که در این محیط فراگیر به یک یادگیری ملموس برسد. ابزارهای تکنولوژی مانند یک تسریع کننده نقش مؤثری بر سرعت روند فراگیری مطالب دارند [۳].

یکی از دروسی که در برنامه درسی دانش‌آموزان پایه یازدهم رشته ریاضی گنجانده شده، درس هندسه است و بخشی از این درس مربوط به قضایا و اثبات آنها می‌باشد. هندسه شاخه مهمی از ریاضیات است و مهارت‌های هندسی به عنوان مهارت‌های اصلی ریاضیات شناسایی شده‌اند. هندسه برای دانش‌آموزان از آن رو اهمیت دارد که در سایر شاخه‌های ریاضی هم تأثیر دارد. اساساً یادگیری هندسه دو هدف دارد: یکی توسعهٔ مهارت تفکر و دیگری شکل‌گیری شهود فضایی. منظور از شهود فضایی آن است که فرد، چگونه فضا و ناحیه (مساحت‌ها) را در دنیای واقعی می‌نگرد [۴]. مهارت‌های دیداری، شفاهی، ترسیمی، منطقی و کاربردی، پنج مهارت پایه در آموزش هندسه هستند که به توجه خاص نیاز دارند [۴]. طبق تجربیات معلمان، دانش‌آموزان در اثبات قضایای هندسی دچار مشکل هستند. آن‌ها اغلب نمی‌دانند از چه روشی و چگونه باید اثبات قضیه را شروع کنند. از سویی دیگر، پژوهشی که به منظور ارزیابی دانش معلمان و دانشجویان ریاضی برای تدریس هندسه دبیرستان با استفاده از نظریه ون هیلی انجام شد، نشان داد که شرکت‌کنندگان در پژوهش از سطح سوم ون هیلی (استنتاج غیر رسمی یا مرتب سازی) عبورکرده‌اند، ولی به سطح چهارم (استنتاج رسمی) نرسیده‌اند [۵]. بنابراین درس‌های جاری هندسه در برنامه‌ی کارشناسی دبیری ریاضی، صلاحیت دانشی کافی را برای تدریس هندسه دبیرستان به دانشجویان دبیری ریاضی ارائه نمی‌دهند[۵]. همچنین بنا به پژوهشی بر تحلیل محتوای کتاب تازه تألیف هندسه ۲ پایه یازدهم دوره دوم متوسطه چاپ سال ۱۳۹۶، بر اساس تکنیک ویلیام رومی، متن و تصویر در کتاب هندسه ۲، بیش از حد به فعالیت پرداخته و موجب خستگی و بی‌حوصگی دانش‌آموزان می‌شود [۶]. روش تدریس معلم و کتاب درسی، دو عامل اساسی در تدریس هندسه و افزایش توانائی حل مسأله در دانش‌آموزان است. تحقیقات انجام شده بر روی ۱۴۵ نفر از دانش‌آموزان سال اول و دوم دبیرستان نشان داد [۷] که نرم‌افزار جئوجبرا می‌تواند توانائی‌های حل مسأله به ویژه ساخت حدس‌های منطقی و خلاقانه را افزایش و توسعه دهد. این موارد عبارتند از:

- فعال سازی طرحواره های مرتبط و مناسب‌تر؛
- تشویق فرد به استفاده از را هبردهای حل مسأله؛
- تأثیر مثبت در نحوه‌ی کنترل فرایند حل و باورهای فرد [۷].

تحقیقات نشان می‌دهد که می‌توان با استفاده از وسایل کمک آموزشی از جمله نرم‌افزارهای هندسه پویا، بسیاری از ضعف‌های آموزشی را کاهش داد یا برطرف نمود [۸]. مهم‌ترین دلیل استفاده از وسایل آموزشی، نقش متفاوتی است که حواس مختلف در یادگیری دارند. در انسان‌های معمولی (سالم) حدوداً ۷۵ درصد از یادگیری از طریق حس بینایی،۱۳ درصد از طریق حس شنوایی، ۶ درصد از طریق حس لامسه، ۳ درصد از طریق حس بویایی و ۳ درصد با استفاده از حس چشایی صورت می‌گیرد. ملاحظه می‌شود که قسمت اعظم یادگیری انسان (۷۵ درصد) از طریق کاربرد حس بینایی است. در حالی که نتایج تحقیقات نشان می‌دهد که حدود ۶۰ درصد از وقت فراگیران در مدارس ابتدایی و ۹۰ درصد در مدارس متوسطه و دانشگاه‌ها صرف گوش دادن می‌شود. این در حالیست که مخاطبان تنها قسمت ناچیزی از آنچه را شنیده‌اند قادرند به خاطر بسپارند (شاید حدود ۳۱ تا ۵۱ درصد). حتی اشخاص بالغ نیز به طور متوسط قادر به حفظ کردن ۵۰ درصد از شنیده‌ها در ذهن خود هستند. حدود دو ماه بعد میزان این محفوظات به نصف نیز کاهش خواهد یافت [۹].

مسائل هندسی را می‌توان با استفاده از نرم‌افزارهای پویا، از جمله جئوجبرا، به طور شهودی حل کرد. اگر معلمان خود را به استفاده از تکنولوژی و فعالیت‌های فناوری محور ملزم کنند، آنگاه این فعالیت‌ها ضمن توسعه، تحت یک برنامه خاص تنظیم می‌شوند و سپس به صورت درست و کاربردی مورد استفاده قرار می‌گیرند. هنگامی که ضعف دانش‌آموزان در یادگیری تحت فعالیت کلاسی معلمان مشخص می‌شود به صورت طبیعی فعالیت‌های تکنولوژی محور به جای فعالیت‌های سنتی طراحی می‌شوند.

معلمان مدارس در تدریس خود تمایل به دستکاری مسائل دارند، چرا که این دستکاری نوعی بازی است و به دلایل شناختی و آموزشی، هم در یادگیری و هم درحل مسائل برای دانش آموزان خوشایند است [۱۰]. پژوهش‌های گسترده‌ای بر روی دستکاری مسائل در تمرین کلاسی آموزش ریاضی انجام شده است و به دلیل افزایش فهم مفاهیم با دستکاری مسئله، از دکمه لغزنده ساده‌ای برای تغییر پارامترها در نرم افزار استفاده می‌شود [۱۰]. نرم‌افزارهایی چون کبری (Cabri) و اسکچ‌پد (Sketchpad) و جئوجبرا (GeoGebra) از جمله نرم‌افزارهای هندسه پویایی هستند که در آنها از این تکنولوژی استفاده می‌شود. در این دسته از نرم افزارها، امکان ترسیم‌های دقیق ساختارهندسی بر روی صفحه‌ی کامپیوتر امکان پذیراست. نرم‌افزار جئوجبرا، مفاهیم هندسه، جبر و حساب را در یک محیط مشترک با هم تلفیق کرده است. جئوجبرا، نرم‌افزاری است که مارکوس هوهن وارتر در سالهای ۲۰۰۲-۲۰۰۱ برای دفاع از پایان‌نامه خود در رشته‌آموزش ریاضیات و علوم رایانه در دانشگاه سالزبورگ اتریش، طراحی نمود و ارائه داد. وی با حمایت بورسیه‌ی داک از آکادمی علوم اتریش توانست بخشی از نرم افزار را به عنوان بخشی از پروژه‌ی دکترای خود در آموزش ریاضیات توسعه دهد. در این مدت، جئوجبرا چندین جایزه بین المللی از جمله جوایز نرم‌افزار آموزشی اروپا و آلمان را از آن خود کرده است و مدرسان و معلمان ریاضی سراسر جهان آن را به زبان‌های متعدد ترجمه کرده‌اند. کاربران زیادی هم از سراسر جهان دارد. وزارت آموزش و پرورش اتریش از سال ۲۰۰۶ از جئوجبرا پشتیبانی می‌کند و این نرم افزار به طور رایگان برای آموزش ریاضی در مدرسه‌ها و دانشگاه‌ها در دسترس است. البته در ابتدا امکانات نرم افزار تا این حد گسترده نبود، اما بعدها با همراهی یک تیم بزرگ توسعه یافت و هر سال نسخه‌های به روزتر و کامل‌تری را در اختیار کاربران قرار داد [۱۱]. رابط کاربری این نرم‌افزار بسیار جذاب و هوشمند طراحی شده است، به طوری که کاربران بدون پیچیدگی خاصی می‌توانند با آن ارتباط برقرار نموده و با ابزارها و اشیای موجود، اقدام به طراحی کاربرگ‌های هندسی پویا نمایند. اشیاء به کار رفته در محیط جئوجبرا عبارتند از: نقطه، خط، بردار، دایره، مقاطع مخروطی و نیز توابع ترسیمات مورد نظر، که با استفاده از آن‌ها می‌توان ترسیمات را به وجود آورد و سپس به صورت پویا آنها را نمایش داد [۱۲]. به عنوان نمونه برای اینکه نشان دهیم با افزایش تعداد ضلع‌های یک چند ضلعی منتظم، مساحت آن به مساحت دایره نزدیک می‌شود، استفاده از دکمه لغزندهr، برای تغییر شعاع دایره و دکمه لغزنده n، برای تغییر ضلع های چند ضلعی در نرم افزار جئوجبرا امکان پویا نمودن تغییرات به وجود می آید [۱۲]. همچنین برای نشان دادن ارتباط بین نمودار نسبت مثلثاتی سینوس و دایره مثلثاتی، از دکمه لغزنده ای از نوع زاویه با دامنه تغییرات ۰ تا ۳۶۰ درجه استفاده می‌شود که با متحرک نمودن این دکمه تغییرات زاویه و سینوس آن زاویه به طور همزمان قابل مشاهده است [۱۲]. در حالی که بدون استفاده از نرم افزار جئوجبرا، دانش آموزان باید وقت زیادی را برای رسم این اشکال و اندازه گیری‌های لازم اختصاص دهند.

یافته‌های حاصل از پژوهش‌ها نشان داده است که حیطه‌هائی که نرم افزار جئوجبرا می‌تواند در آنها تأثیرگذار باشد عبارتند از: ۱- درک و فهم، ۲- انگیزش و نگرش، ۳- یادگیری، ۴- عملکرد، ۵- مهارت، ۶- ساخت و گسترش دانش، ۷- خلاقیت، ۸- بهبود قابلیت بازنمایی‌های چندگانه، ۹- یادسپاری، ۱۰- تجسم انتزاعی، ۱۱- سرعت، ۱۲- ویژگی‌های شخصیتی، ۱۳- فعالیت گروهی و ۱۴- محیط یادگیری [۱۳]. گرایش‌های فعلی درآموزش علوم، استفاده از تکنیک تجسم را فرا می‌خواند و جئوجبرا کاملاً متناسب با این روند است. بتانا و همکاران اثبات قضیه خودکار و دستاوردهای فعلی جئوجبرا را مورد بررسی قرار دادند [۱۴]. آن‌ها دریافتند که عملکرد فعلی جئوجبرا با تشخیص خودکار، گسترش یافته به طوری که با به‌کار بردن این نرم افزار، بسیاری از قضایای پیچیده، هرچند بطور غیررسمی، می‌توانند درکم‌ترین زمان ممکن اثبات شوند. آن‌ها بر این باورند که جئوجبرا در ابتدا به‌عنوان یک سیستم خبره، مورد استفاده قرار گیرد که نه تنها پاسخ مثبت و منفی را می‌گوید بلکه قادر است توضیحی گام به گام را نشان دهد [۱۴]. بسیاری از روش‌های جدید و جالب استفاده ازجئوجبرا در راه است. در ادامه تحقیق، مشخص گردید که چرخه حدس- بررسی- اثبات، با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا، برای کاربران عمومی در هندسه ابتدایی در دسترس است [۱۵]. حل مسائل ریاضی با فناوری و استفاده از جئوجبرا بر روی دانش‌آموزان نشان داد که ادغام ریاضی و فناوری باعث تسلط دانش‌آموزان درحل مسائل ریاضی می‌شود [۱۶]. همه دانش‌آموزان از هر سطح از دانش ریاضی می‌توانند با استفاده ازکاربرد نرم‌افزار به مطالعه ریاضی بپردازند [۱۷]. تحقیقی که در حل مسأله ریاضی در روش یادگیری مبتنی بر حل مسأله با جئوجبرا در یادگیری ریاضی انجام شد، نشان داد که توانایی تفکر آماری دانش‌آموزانی که از جئوجبرا استفاده می کنند، بیشتر است [۱۸]. مطابق پژوهش موکامبا (Mukamba) و موکامور (Makamure) که در سال ۲۰۲۰ در زیمبابوه انجام گرفت نتیجه شد که اگر چه روش‌های سنتی تأثیر مثبتی برعملکرد فراگیران دارد ولی استفاده از جئوجبرا، عملکرد آموزش هندسه را بیشتر بهبود می‌بخشد [۱۹]. تحقیقی که بر روی ۸۷ نفر از دانش‌آموزان روانداپی انجام گرفت نشان داد که دانش‌آموزانی که از نرم‌افزار جئوجبرا در یادگیری هندسه کمک گرفته بودند بهتر از دانش‌آموزانی که از روش سنتی هندسه را آموخته بودند به سؤالات مطرح شده پاسخ دادند [۲۰]. نتیجه تحقیق انجام شده توسط فاتحی و آیتی که در سال ۱۳۹۳ بر روی دانش‌آموزان پایه سوم دبیرستان شهر بیرجند صورت گرفت نیز نشان داد که استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا تأثیر مثبتی در یادگیری ریاضی دارد [۲۱]. محمدنیا، کاویانی و حسینی هم دریافتند که استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا باعث افزایش توانائی دانش‌آموزان در درک مفهوم و حل مسائل تبدیلات هندسی می‌شود [۲۲]. همچنین در پژوهشی که در سال ۱۳۹۹ بر روی ۷۷ نفر از دانش‌آموزان منطقه یک تبریز صورت گرفت نشان داد که آموزش هندسه به روش تصاویر گرافیکی پویا و ایستا در مقایسه با روش سنتی، نگرش هندسی مثبت‌تر و کاهش اضطراب هندسی را موجب می‌شوند[۲۳].

تحقیق صورت گرفته بر آموزش توابع مثلثاتی با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا [۲۴] و نیز پژوهشی در مورد تأثیر استفاده از فناوری آموزشی نشان داد که استفاده از فناوری، باعث بهبود عملکرد دانش‌آموزان در درس ریاضی خواهد شد [۲۵]. پژوهشگران مدعی هستند که در فرایند شکل‌گیری یک مفهوم، اغلب ابتدا درک شهودی رشد می‌یابد و سپس یادگیرنده به سوی درک ساختار حرکت می‌کند. شکافی بین تصور مفهومی فراگیران و تعریف مفهومی وجود دارد. بهبود فرایند مفهوم‌سازی در ذهن فراگیران، از تقلیل شکاف بین تصور مفهومی و تعریف مفهومی آنان صورت می‌پذیرد و اهمیت مثال‌ها در پرکردن این شکاف و فاصله غیر قابل انکار است. تصورات مفهومی می‌توانند مقید به مثال‌هایی باشند که با آن‌ها مواجه شده‌ایم، زیرا بعد از شکل‌گیری اولیه یک مفهوم، مثال‌ها از آن مفهوم برون سازی می‌شوند و تصور مفهومی می‌تواند شکل بگیرد [۲۶].

یکی دیگر از ابزارهای مهم در فرایند یاددهی-یادگیری ریاضی مثال‌ها هستند که معلم‌ها به کمک آنها باعث درک و تعمیم محتوای ریاضی ارائه شده به دانش‌آموزان می‌شوند [۲۷]. مثال‌های ریاضی و اینکه چگونه از آن‌ها استفاده می‌شود، بر درک ریاضی دانش‌آموزان مؤثر است. از این رو، انتخاب مثال‌هایی که بهترین فرصت‌های یادگیری را ارائه می‌دهند و پس از آن، پرداختن به این مثال‌ها به شیوه‌ای که به بهترین وجه برای دانش‌آموزان مناسب باشد، به عهده معلم ریاضی است. درک و تصور معلم ریاضی از مثال و آگاهی از جایگاه آن در آموزش و نیز مهارت او در ارائه و به‌کارگیری یک مثال آموزشی، یکی از عامل‌های مهم و تأثیرگذار بر فرایند تدریس ریاضی است [۲۸]. ارائه مثال‌های آموزشی خوب، نقشی اساسی در شفاف سازی مفاهیم ریاضی بخصوص هندسه دارند. مثال‌ها از عناصر قطعی و غیرقابل انکار مؤثر بر کارامدی فراگیرندگان هستند. از این رو یادگیری بیشتر در مورد یک موضوع، مبتنی بر امکان دستیابی به مثال‌های بیشتر، چگونگی ساخت چنین مثال‌هایی، تقویت ارتباط‌های داخلی آن‌ها و توسعه محرک‌ها و توانایی دستیابی سریع به انواع مثال‌هاست [۲۸]. طبق تحقیقات انجام شده، استدلال مبتنی بر مثال، تسهیل کننده پیشرفت یادگیری دانش‌آموزان برای اثبات است [۲۹].

زاسلاوسکی و زودیک، استدلال می‌کنند که شناخت مثال، دانشی مهم و مورد نیاز در آموزش ریاضیات است [۳۰]. مثال‌ها در آموزش ریاضی فقط به یک فرم از سؤال و یا مثال‌های کار شده محدود نمی‌شوند، بلکه در بسیاری موارد به عنوان توان تفکر مطرح هستند. واتسون و میسون، مثال‌ها را به عنوان هرچه که یادگیرنده ممکن است آن را تعمیم دهد، تعریف می‌کنند. طبق این تعریف گسترده، مثال‌ها می‌توانند تقریباً در هر شکلی، مانند چهره، تصویر کلامی، سؤال، حالت، تصویر پویا، مسئله و دیگر چیزها باشند. هر شکلی از مثال‌ها که معلمان از آن‌ها استفاده می‌کنند، برای کمک به دانش‌آموزان در مورد تعمیم است. اینکه دانش‌آموزان تا چه حد می‌توانند یک ایده ریاضی را درک کنند، به مثال‌هایی بستگی دارد که معلم‌ها مطرح می‌کنند. محتوای مثال و روش معلم، توجه دانش‌آموزان را به سمت این محتوا در جهت درک آن هدایت خواهد کرد [۲۸]. مسائلی از نوع ساختن مثال‌ها می‌توانند فراگیران را در ایجاد یک ساخت و ساز قوی ذهنی از اشیاء ریاضی کمک کنند. با دقت در مثال‌ها و نحوه استفاده از آن‌ها می‌توان پیام هر مثال را به درستی به فراگیران منتقل کرد و کیفیت یاددهی و یادگیری ریاضی را بهبود بخشید [۲۶].

می‌توان مثال‌هایی ساخت که با استفاده از نرم افزار جئوجبرا به آنها پاسخ داد و علاقه‌مندی دانش‌آموزان به کلاس این درس را افزایش داده و فهمشان نسبت به درک مسائل هندسی را بالا برد به طوری که خود در مورد صورت قضایا و اثبات آنها اظهار نظرکنند. نرم‌افزار پویای جئوجبرا، انگیزه دانش‌آموزان را برای یادگیری ریاضی افزایش می‌دهد. همچنین فعالیت همه دانش‌آموزان کلاس را تضمین می‌کند. دانش به دست آمده بیشتر در حافظه باقی می‌ماند و دانش آموز تفکر را یاد گرفته و بر هنرکشف مسلط می‌شود [۳۱]. استفاده از سیستم ریاضی پویای جئوجبرا این امکان را فراهم می‌کند که شایستگی‌های حرفه‌ای معلمان ریاضی آینده به ویژه در زمینه اطلاعات و ارتباطات، به طور مؤثرتری شکل گیرد [۳۲]. مثال‌ها نشان می‌دهند که استفاده از سیستم پویای جئوجبرا، باعث آموزش ریاضیات تمرین-محور، به کارگیری روش‌های تحقیق و افزایش انگیزه یادگیری دانش‌آموزان می‌شود [۳۲]. فرصت‌های ایجاد و مطالعه مدل‌های پویا و تعاملی در محیط یادگیری جئوجبرا باعث افزایش کارایی فرایند یادگیری علوم طبیعی و ریاضیات، ارتقای توسعه تفکر منطقی و افزایش سطح انگیزه دانش‌آموزان می‌شود [۳۲]. تحقیقی که در اندونزی صورت گرفت، نشان داد که یادگیری دانش-آموزان بر اساس فرهنگ محلی با استفاده ازجئوجبرا، بهتر از یادگیری مبتنی بر مسأله است [۳۳]. مطابق تحقیقاتی که توسط سودیهارتینیه و پورنیتی [۳۴] بر روی دانشجویان در مورد مفهوم دایره با استفاده از این نرم‌افزار انجام شد نیز نشان داد که کاربرد جئوجبرا بسیار بر درک مفهوم دایره و نیز نگرش آنها اثر داشته است. در سال تحصیلی ۱۳۹۵-۱۳۹۴ تحقیقی انجام گرفت که نشان داد تأثیر عمل حدس بر عملکرد تحصیل دانش‌آموزان دوره متوسطه اول، در سطح میانی و بالای توانایی دانش آموزان، مثبت بوده است [۳۵]. علاوه بر این، در تحقیقی در مورد نقش نرم افزارهای ریاضی در آموزش ریاضی معلوم شد که تأثیرکاربرد جئوجبرا بر درک و فهم و یادگیری دانش‌آموزان قابل ملاحظه است [۳۶].

بنابراین با ارائه مثال مناسب بصری می‌توان دو مهارت استفاده از جئوجبرا و ارائه مثال مناسب را با هم تلفیق کرده و قضایای هندسی را با استفاده از مثال‌هایی که قابل دیدن باشد به شکل ملموس‌تری درآورد که پژوهشگران این تحقیق به انجام این کار مبادرت ورزیده‌اند. برای دستیابی به این هدف، مثال‌هایی از قضایای هندسه ۲ متوسطه دوم که با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا می‌توان به آن پاسخ داد را طراحی می‌کنیم تا هم کیفیت یادگیری اثبات قضایا را افزایش دهیم، هم نگرش دانش‌آموزان را در این یادگیری مطلوب‌تر کنیم.

روش تحقیق

سؤال اصلی تحقیق این است که اثبات یک قضیه هندسی با استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم‌افزار جئوجبرا، تا چه میزان باعث یادگیری مفاهیم می‌شود. دو فرضیه مطرح می‌شود:

۱- این کار تأثیر مثبتی در یادگیری درس دارد.

۲- در صورت مثبت بودن تأثیر، علاقه‌مندی دانش‌آموزان نسبت به یادگیری درس هندسه ۲ افزایش می یابد.

برای بررسی چنین تأثیراتی از روش‌های آماری مختلف استفاده شد. در این تحقیق از روش شبه آزمایشی با یک گروه آزمایش و یک گروه کنترل و استفاده از پیش‌آزمون و پس آزمون استفاده شده است که از نظر هدف، کاربردی است. جامعه آماری پژوهش حاضر کلیه دانش‌آموزان دختر متوسطه دوم پایه یازدهم رشته ریاضی در ناحیه‌های سه و چهار شهرستان اصفهان در سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۳۹۹ هستند، که تعداد آنها ۴۸۴ نفر می‌باشد. نمونه آماری شامل ۱۲۰ دانش‌آموز به صورت هدفمند و از چهار مدرسه درناحیه ۳ و ناحیه ۴ به روش نمونه در دسترس انتخاب شدند. دو مدرسه به عنوان گروه آزمایش و دو مدرسه به عنوان گروه کنترل در نظر گرفته شدند. در همه گروه‌ها آزمون هوش کتل مقیاس سه برگزار شد. میانگین هوش گروه آزمایش ۱۱۰/۱۸ و میانگین گروه کنترل ۱۱۰/۶۵ به دست آمد که نشان می‌دهد میانگین نمرات هوش دانش آموزان در گروه‌های آزمایش و کنترل همسان است. از همه گروه‌ها پیش آزمونی از درس هندسه ۱ با سؤالات یکسان برگزارشد. برای سنجش نگرش دانش آموزان نسبت به درس هندسه، پرسشنامه‌ای بر اساس طیف پنج درجه‌ای مقیاس لیکرت که شامل سی گویه بود، در اختیار تمام گروه‌ها قرارگرفت. برای بررسی روایی محتوا، مواردی از قبیل رعایت دستور زبان فارسی، استفاده از کلماتی دور از ابهام و مدت زمان لازم جهت تکمیل، مد نظر قرار گرفت و به این ترتیب تمامی گویه ها، چند بار متوالی، توسط مشاوران و دبیران مجرب آموزش و پرورش، مورد بازنگری و اصلاحات ضروری قرار گرفت. برای تعیین پایایی سؤالات، از ضریب آلفای کرونباخ استفاده گردید که پایایی ۰/۹۳ به دست آمد. با توجه به اینکه این عدد از ۰/۷ بیشتر است، پرسشنامه از پایایی خوبی برخوردار است. این مقیاس علاقه دانش‌آموزان به درس هندسه را در ۳ بعد، مورد اندازه گیری قرار می‌دهد که در ادامه به این ابعاد اشاره می‌گردد:

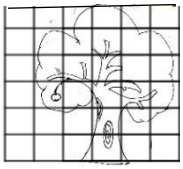
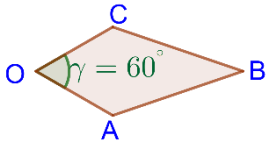
۱- لذت بردن از یادگیری درس هندسه: گویه های ۱، ۴، ۶، ۸، ۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۸، ۲۱، ۲۲، ۲۸، ۳۰

۲- ارزش و اهمیت دادن برای یادگیری درس هندسه: گویه های ۲، ۳، ۷، ۱۲، ۱۵، ۱۶، ۱۹، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۷، ۲۹

۳- ترس و نگرانی نسبت به یادگیری درس هندسه: ۵، ۹، ۱۴، ۱۷، ۲۰، ۲۶

گروه آزمایش، از طریق فضای مجازی نحوه استفاده، فیلم آموزش ساخت اشکال ساده و اندازه‌گیری اجزای اشکال در جئوجبرا را دریافت کردند و در پنج جلسه یک ساعته، اشکالاتشان توسط نویسنده اول مقاله برطرف شد. ۹ مثال کاربردی مربوط به ۳۴ صفحه، از صفحات ۱۸ تا ۵۱ کتاب هندسه ۲ چاپ سال ۱۳۹۹ هجری شمسی، از بخش‌های رابطه های طولی در دایره، حالت‌های دو دایره نسبت به هم و مماس مشترک‌ها و تبدیلات هندسی شامل بازتاب، انتقال، دوران و تجانس، ساخته پژوهشگر مورد استفاده قرار گرفت. جواب آنها با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا طراحی شد. در فرایند ساخت آنها از نظرات پنج نفر از اساتید و معلمان باتجربه استفاده شد و پس از بررسی و اصلاح، در ۹ هفته متوالی نود دقیقه ای در کلاس درسی مدرسه، ابتدا بدون جواب در اختیارگروه آزمایش قرارگرفت که دانش‌آموزان با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا به آنها پاسخ داده و رابطه بین اجزاء را حدس زدند و با استفاده از این نرم‌افزار درستی آن را تحقیق کردند. سپس جواب‌های درست در اختیار آنها قرارگرفت و آنها صورت اصلی قضایای مربوط را حدس زده و آنها را اثبات کردند. خلاصه جلسات در صفحه بعد آورده شده است:

موضوع تدریس	جلسات
رابطه‌های طولی در دایره وقتی دو وتر دایره درون دایره یکدیگر را قطع می‌کنند.	جلسه اول مطرح کردن سؤال (۱) از شهر A به شهر B و نیز از شهر C به شهر D یک جاده مستقیم وجود دارد که در محل تقاطع این دو جاده یک مجتمع رفاهی قرار دارد. با فرض این که چهار شهر مذکور بر روی محوطه‌ای به شکل دایره قرار گرفته باشند و فاصله این مجتمع تا شهرهای C,B,A به ترتیب ۲۰ ، ۶۰ و ۳۰ کیلومتر باشد، شخصی که در این مجتمع مشغول استراحت است چند کیلومتر باید طی کند تا به شهر D برسد؟ و فعالیت دانش آموزان
رابطه‌های طولی در دایره وقتی دو وتر دایره بیرون دایره یکدیگر را قطع می‌کنند.	جلسه دوم مطرح کردن سؤال (۲) در یک کوهستان تله کابینی در قله کوه قرار دارد. فاصله این تله کابین تا اولین ایستگاه کوهنوردی ۵۰ متر و از آنجا به پایین کوه ۷۰ متراست. اگر مسیر دیگری از قله برای تله کابین در نظر بگیریم که سیم اتصال آن از ایستگاه دیگری تا پایین

موضوع تدریس	جلسات
	کوه ۱۱۰ متر باشد، طول سیمی که باید برای نصب آن به کار رود چند متر باید باشد؟ و فعالیت دانش‌آموزان
اندازه زاویه محاطی در دایره	جلسه سوم مطرح کردن سؤال (۳) در یک چرخ و فلک که دارای ۱۲ کابین است؛ مریم و زهرا در دو کابین ۵ و ۱۱ نشسته‌اند و به اندازه ۸ متر از هم فاصله دارند. اگر دوست آن‌ها به نام اکرم در کابین شماره ۳ باشد؛ فاصله اکرم تا مرکز چرخ و فلک چند متر است؟ و فعالیت دانش‌آموزان
اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره وقتی شعاع‌های دو دایره با هم برابرند.	جلسه چهارم مطرح کردن سؤال (۴) مدیر یک شرکت تولیدی برای انتقال بارها می‌خواهد از دو غلطک و نصب نوار روی آنها استفاده کند. اگر فاصله مرکز غلطک‌ها تا زمین نیم متر و فاصله بین دو مرکز ۲۰ متر باشد، این مدیر چند متر نوار باید سفارش دهد؟ و فعالیت دانش‌آموزان
اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره وقتی شعاع‌های دو دایره نابرابرند	جلسه پنجم مطرح کردن سؤال (۵) یک دوچرخه دارای چرخ دنده‌هایی به شعاع ۸ و ۲۰ سانتیمتر است. اگر فاصله مراکز آنها ۳۷ سانتیمتر باشد؛ طول زنجیر چرخ چند سانتیمتر است؟ و فعالیت دانش‌آموزان
طریقه رسم شکل با استفاده از خواص بازتاب	جلسه ششم مطرح کردن سؤال (۶) ناظری از آینه اتومبیلش ماشین آمبولانسی را می‌بیند. اگر او نوشته‌های در آینه را بصورت AMBULANCE ببیند، روی خودآمبولانس این حروف به چه صورت نوشته شده‌اند؟ و فعالیت دانش‌آموزان
طریقه رسم شکل با استفاده از خواص انتقال	جلسه هفتم مطرح کردن سؤال (۷) در شکل زیر تصویر سیبی را که از یک درخت سقوط می کند را نشان داده‌ایم. اگر این سیب با سرعت ۲ متر بر ثانیه حرکت کند، تصویرآن را در ثانیه دوم رسم کنید. (فاصله خانه‌های شطرنجی را یک متر در نظر بگیرید.)  و فعالیت دانش‌آموزان
طریقه رسم شکل با استفاده ازخواص دوران	جلسه هشتم مطرح کردن سؤال (۸) نقشه یک پر از گلهای وسط قالی بصورت زیر است. اگر نقطه o، وسط گل باشد، نقشه آن پس از اتمام بافت چگونه خواهد بود. مراحل رسم را توضیح دهید. آیا زاویه $\widehat{AOC}$ تغییرمی کند؟  و فعالیت دانش آموزان

موضوع تدریس	جلسات
خواص تجانس	جلسه نهم مطرح کردن سؤال (۹) برای کشیدن یک نقشه جغرافیائی از مقیاس یک هزارم استفاده شده است. تصویر اصلی آن با نمونه ای که در دست داریم، چه ارتباطی دارد؟ در مورد اندازه‌ها و زوایای آن بحث کنید. و فعالیت دانش آموزان

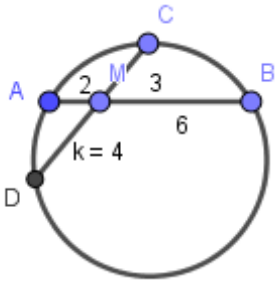
بعد از مطرح کردن سؤالات، دانش‌آموزان ابتدا با استفاده از پرگار و خط‌کش به دنبال حدس جواب بودند. گاهی وقت‌ها هم از قضایا و اصول هندسی که از قبل می‌دانستند پاسخ را بیان می‌کردند که در برخی موارد درست بود. به عنوان مثال برای حل سؤال ۳ اکثر آنها به یاد داشتند که زاویه مقابل به قطر در دایره، قائمه است. آن‌ها از طریق رسم شکل و استفاده از خواص مثلث قائم الزاویه پاسخ صحیح را حدس زدند. سپس با استفاده از رسم شکل، پاسخ صحیح را مشاهده کردند. آن‌ها با تغییر شماره کابین مورد نظر و اندازه‌گیری زاویه جدید، زاویه محاطی مقابل به قطر را در حالات مختلف اندازه گرفتند. پاسخگویی سؤال با استفاده از ابزار جئوجبرا این امکان را فراهم کرد که در مدت زمان کمتر و با دقت بیشتر به دور از دشواری رسم شکل بر روی کاغذ به پاسخ صحیح دست یابند و این امر علاقه آنها را برای در گیر شدن با مسائل هندسی افزایش داد. همچنین برای حل سؤال ۶ از تجربه خود در مورد تصویر اشیاء در آینه ابتدا حدس خود را بر روی کاغذ آوردند و سپس از نرم‌افزار و استفاده از ابزار تبدیلات شکل جواب درست را رسم کرده و به خواص بازتاب پی بردند. برای حل سؤال ۴ با استفاده از پرگار دو دایره با شعاع‌های برابر رسم کردند و بار دیگر شکل را در محیط جئوجبرا رسم کرده و با تغییر شعاع دایره‌ها حالات مختلف را بررسی کردند و این امر آنها را بر آن داشت که به دنبال دلیل پاسخشان باشند و زمینه اثبات قضیه فراهم آمد که در این حالت طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر خط المرکزین می‌باشد. در پاسخگویی به سؤال ۷ از قوانین فیزیک کمک گرفتند و با توجه به اطلاعات قبلی خود جواب را حدس زدند. در ادامه، استفاده از ابزار انتقال نرم افزار به راحتی به الگوی رسم شکل از طریق تبدیل انتقال پی بردند و توانستند آنها را به صورت قاعده‌های مشخصی که کشف کرده بودند بیان کنند. برای سؤال ۹ هم شکل را با استفاده از مقدار ضریب تجانس به خواص تجانس پی برده و بیان کردند. ولی برای پاسخگوئی به برخی سؤالات ازجمله سؤال ۲، ۵ و ۸ لازم شد که راهنمایی بیشتری ارائه گردد. به دست آوردن جواب این سؤالات با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا موجب تسهیل در پاسخگویی شد. دانش‌آموزان در هر مرحله از حل سؤالات ابتدا شکل را رسم کرده، جواب درست را می‌دیدند و سرانجام قضیه مربوطه را حدس زده و با راهنمائی معلم، قضیه اثبات می‌شد. با توجه به تجربه خود و درگیر شدن مستقیم با حالات مختلف مسأله، یادگیری اثبات قضایا بیشتر در ذهنشان تثبیت شد (شکل ۸).

در ذیل دو نمونه از روش حل مسأله با استفاده از نرم‌افزار و طرز پاسخگویی دانش‌آموزان آورده شده است. برای حل مسأله ۱ به صورتی که در ادامه می‌آید عمل شد.

انتخاب ابزار	دستورالعمل
	پاره‌خط AB را به اندازه ۸ واحد رسم می‌کنیم.
	پاره‌خط AM را به اندازه ۲ واحد رسم می‌کنیم.
	نقطه M را برروی پاره‌خط AB انتخاب می‌کنیم.
	پاره‌خط MB را رسم می‌کنیم.
	پاره‌خط MC را به اندازه ۳ واحد رسم می‌کنیم.
	پاره‌خط MC را حرکت می‌دهیم تا نقطه C از پاره خط AB جدا شود.
	دایره‌ای رسم می‌کنیم که از نقاط A, B, C بگذرد.
	نیم‌خطی رسم می‌کنیم که از نقاط C, M بگذرد.
	محل تقاطع دایره و نیم‌خط را مشخص کرده و نامش را D می‌گذاریم.
	پاره‌خط DM را رسم می‌کنیم.
	طول پاره‌خط DM را مشخص می‌کنیم.

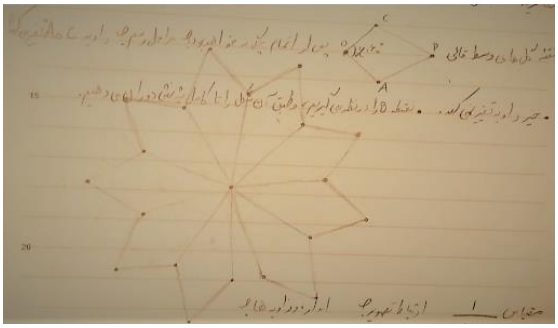
شکل ۱: تمام مراحل حل مسأله ۱ با استفاده از نرم افزار جئوجبرا
Figure 1: All steps to solving of problem 1 using Geogebra software

شکل خروجی نهایی به صورت ذیل درآمد.



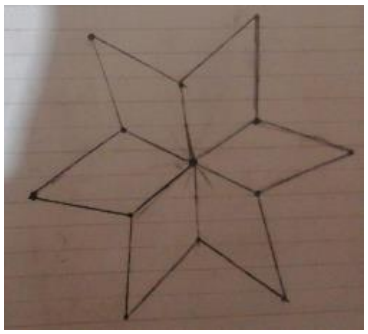
شکل ۲: خروجی نهایی حل مسأله ۱، در نرم افزار جئوجبرا
Figure 2: The final output of solving problem 1, in Geogebra software

با توجه به اینکه برای رسم شکل از مقیاس یک دهم استفاده شده بود، فاصله شهر D تا مجتمع رفاهی ۴۰ کیلومتر می‌باشد. این عدد توسط دانش آموزان به دست آمد. از آنها خواسته شد رابطه بین اعداد را حدس بزنند. برای اطمینان از جوابشان دو وتر متقاطع رسم و با به دست آوردن اندازه پاره خط‌ها، رابطه طولی بین قطعات ایجاد شده را بیان نمودند. برای حل مسأله ۸، ابتدا دانش‌آموزان شکل را روی کاغذ رسم کردند. بعضی از آن‌ها اشتباه رسم کرده بودند. تصویر پاسخ اشتباه یکی از آنها در ذیل آورده شده است.



شکل ۳: پاسخ نادرست حل مسأله ۸ یکی از دانش آموزان در گروه آزمایش
Figure 3: Incorrect answer of solving problem 8 of one of the students in the experimental group

اشتباه آنها در تشخیص زاویه دوران بود که با آزمون و خطا و یا با توجه به اینکه زاویه دور یک نقطه ۳۶۰ درجه است، پی بردند زاویه دوران باید ۶۰ درجه باشد. نمونه‌ای از پاسخ درست سؤال که دانش‌آموزان با استفاده از نقاله و خط کش رسم کرده‌اند در ادامه مطلب آورده شده است.



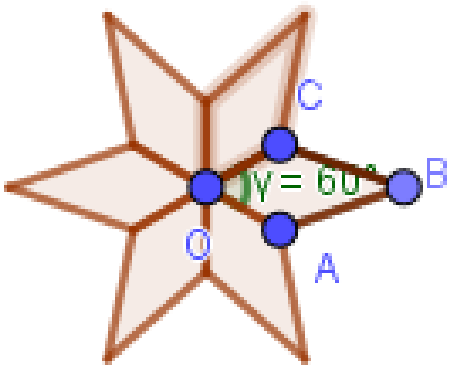
شکل ۴: پاسخ درست حل مسأله ۸ یکی از دانش آموزان در گروه آزمایش
Figure 4: The correct answer of solving problem 8 of one of the students in the experimental group

مراحل رسم شکل با استفاده از فرامین نرم افزار جئوجبرا توسط نویسنده اول مقاله گفته شد که به صورت زیر بود.

انتخاب ابزار	دستورالعمل
	یک نقطه در صفحه رسم کرده و نامش را O می‌گذاریم.
	پاره‌خط OA را رسم می‌کنیم.
	با ضلع OA زاویه ۶۰ درجه را در جهت مثلثاتی رسم می‌کنیم.
	پاره‌خط OC را رسم می‌کنیم.
	نیمساز $\widehat{AOC}$ را رسم می کنیم.
	نقطه دلخواه B را بر روی خط نیمساز انتخاب می‌کنیم.
	پاره‌خط AB را رسم می‌کنیم.
	پاره‌خط BC را رسم می‌کنیم.
	چهارضلعی OABC را رسم می‌کنیم.
	چهارضلعی OABC را به مرکز O به اندازه ۶۰ درجه درجهت مثلثاتی دوران می‌دهیم. (پنج بار این عمل را تکرار می‌کنیم)

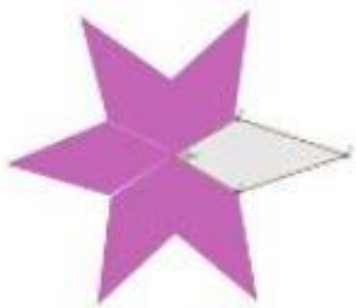
شکل ۵: تمام مراحل حل مسأله ۸ با استفاده از نرم افزار جئوجبرا
Figure 5: All steps of solving problem 8 of one of the students in the experimental group

خروجی نهایی به صورت زیر درآمد.



شکل ۶: خروجی نهایی حل مسأله۸ ، در نرم افزار جئوجبرا
Figure 6: The final output of solving problem 8, in Geogebra software

دانش‌آموزان گروه آزمایش، ابتدا حالات مختلف را برای پاسخگوئی با استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا امتحان کردند و پاسخ صحیح را حدس زدند. سپس با به کارگیری دستورالعمل داده شده از نرم‌افزار جئوجبرا درستی پاسخ خود را سنجیدند. در واقع آنها دریافتند که در دوران شکل، اندازه زاویه ثابت می‌ماند. نمونه‌ای از روش ترسیم اولیه یکی از دانش‌آموزان و روش استنتاج وی در ادامه ارائه شده است.



برای رسم گل از نقطه O شکل را دوران میدهیم. دفعه اول ۶۰ درجه و دفعات بعدی ۱۲۰، ۱۸۰، ۲۴۰، ۳۰۰ و ۳۶۰ درجه دروان میدهیم.

پس از انجام ای دوران ها مشاهده میکنیم که موقعیت اولیه شکل تغییر کرده است اما زاویه های آن تغییری نکرده است.

شکل ۷: شکل رسم شده یکی از دانش‌آموزان گروه آزمایش در حل مسأله ۸ با استفاده از نرم افزار جئوجبرا و توضیحات وی

Figure 7: The drawn figure of one of the students of the experimental group in solving problem 8 using Geogebra software and her explanations.

کار با نرم‌افزار باعث شد تا خود دانش‌آموزان درگیر حل مسأله شده و عملاً آموزش ببینند و از حل کردن خود احساس شادمانی کنند و نگرانی آن‌ها از پاسخگویی نسبت به حل سؤالات هندسه و اثبات قضایای هندسی کمتر شده و به کاربرد هندسه در زندگی روزمره و اهمیت آن بیشتر واقف شوند.

در این مدت، گروه‌های کنترل، مطالب همین قسمت ازکتاب را به روش معمول دریافت کردند. در پایان این دوره از همه گروه‌ها پس آزمون که شامل ۲۰ سؤال از قسمتهای دایره و تبدیلات هندسه ۲ بود، با سؤالات یکسان برگزارشد. برای تعیین روایی محتوایی آزمون از نظرات معلمان مجرب در درس هندسه ۲ استفاده شد تا بدانیم که سؤالات طراحی شده تا چه حد محتوا و اهداف را می‌سنجند. همچنین در پایان دوره نیز، پرسشنامه‌ای براساس مقیاس لیکرت شامل سی گویه برای سنجش نگرش گروه‌ها نسبت به درس هندسه در اختیار این گروهها قرارگرفت. برای تعیین روایی محتوایی آزمون از نظرات معلمان مجرب در این زمینه استفاده شد. با استفاده از ضریب آلفای کرونباخ، مقدار ۰/۹۵ برای پایایی سؤالات به دست آمد. با توجه به اینکه این مقدار بالاتر از ۰/۷ به دست آمده، پرسشنامه پایایی بسیارخوبی دارد. این مقیاس علاقه دانش آموزان به درس هندسه را در ۳ بعد:

۱- لذت بردن از یادگیری درس هندسه: گویه های ۱، ۲، ۱۰، ۱۳، ۲۱، ۲۷، ۲۸

۲- ارزش و اهمیت دادن برای یادگیری درس هندسه: گویه های ۳، ۴، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۳، ۲۴، ۳۰

۳- ترس و نگرانی نسبت به یادگیری درس هندسه: ۵، ۱۱، ۱۲، ۱۷، ۲۲، ۲۵، ۲۶، ۲۹

مورد اندازه‌گیری قرار می‌دهد.

پس از جمع آوری پرسشنامه‌های مذکور، جهت تجزیه و تحلیل داده‌های به دست آمده از روشهای شامل تحلیل مانکوا، آزمون کولموگروف اسمیرنوف، آزمون لون و آزمون ام باکس با استفاده از نرم‌افزار SPSS 25 استفاده شد.

نتایج و بحث

هدف از پژوهش حاضر، این بود که دانش‌آموزان سال یازدهم ریاضی در درس هندسه ۲، با استفاده از پاسخ دادن به مثال‌های مطرح شده توسط معلم از طریق نرم‌افزار جئوجبرا، قضیه مربوط به مثال را حدس زده و اثبات کنند. ابتدا اثرگذاری عامل هوش بر یادگیری درس هندسه ۲ مورد بررسی قرار گرفت به این نحو که از هر دو گروه آزمایش و کنترل، آزمون هوش کتل مقیاس ۳ گرفته شد. نتایج جدول ۱ نشان می‌دهد میانگین نمرات هوش دانش‌آموزان در گروه‌های آزمایش و کنترل، تفاوت زیادی ندارد. سپس به بررسی نرمال بودن نمرات نگرش به درس هندسه و یادگیری مفاهیم هندسه دانش‌آموزان پرداخته شد. برای این کار از آزمون کولموگروف اسمیرنف استفاده شد. طبق نتایج جدول ۲ فرض نرمال بودن یادگیری مفاهیم هندسه و نگرش به درس هندسه در سطح معنی داری ۰/۰۵ تأیید می‌شود.

برای بررسی نتایج از روش تحلیل کواریانس چند متغیری استفاده شده است. به منظور استفاده از آزمون‌های پارامتریک برای انجام تحلیل کواریانس چند متغیری باید شرایط کلی آن یعنی آزمون تساوی واریانس‌ها، آزمون همگنی ماتریس واریانس-کوواریانس و همگونی شیب رگرسیون بررسی شود.

برای بررسی تساوی واریانس به منظور حذف اثر پیش‌آزمون از پس‌آزمون، برای نمرات یادگیری مفاهیم هندسه و نگرش به درس هندسه دانش‌آموزان از آزمون لون استفاده شد. طبق جدول ۳ و در سطح معنی داری ۰/۰۵، فرض برابری واریانس‌های نمرات یادگیری مفاهیم هندسه و نگرش به درس هندسه دانش‌آموزان تأیید می‌شود.

یکی از پیش فرض‌های مهم آزمون تحلیل واریانس چند متغیره این است که ماتریس‌های کواریانس، در هر یک از گروه‌های متغیر کیفی باید همگن باشند. برای بررسی ماتریس کوواریانس از آزمون ام باکس استفاده شد. نتایج جدول ۴ نشان می‌دهد که در سطح معنی دار ۰/۰۵، فرض همگنی ماتریس کوواریانس تأیید می‌شود. بنابراین فرض صفر مبنی بر برابری واریانس‌ها در هریک از گروه‌های متغیرهای کیفی پذیرفته می‌شود.

مطابق جدول ۵، میانگین نمرات یادگیری مفاهیم هندسه و نگرش به درس هندسه دانش‌آموزان دوره متوسطه دوم دارای درس هندسه

گروه‌های آزمایش طی مراحل پس‌آزمون نسبت به پیش‌آزمون روند افزایشی بیشتری داشته است. این نتایج در نمودار ۱ بهتر دیده می‌شود. جدول ۶، نتایج تحلیل کوواریانس چند متغیری (مانکوا) تفاوت دو گروه آزمایش و کنترل در نمرات یادگیری مفاهیم هندسه و نگرش به درس هندسه را نشان می‌دهد. بر اساس داده‌های جدول، بین دو گروه آزمایش و کنترل در متغیر یادگیری مفاهیم هندسه و نگرش به درس هندسه در سطح ۰/۰۵ تفاوت معنی داری وجود دارد. مقدار اتا ۰/۱۶۷ می‌باشد. یعنی ۱۶/۷ درصد تفاوت دو گروه را نمرات یادگیری مفاهیم هندسه و نگرش به درس هندسه تبیین می‌کند. این نتایج بیانگر فرضیه اصلی پژوهش است که شیوه تدریس اثبات یک قضیه هندسی با استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم‌افزار جئوجبرا، بریادگیری مفاهیم هندسه و نگرش به درس هندسه دانش‌آموزان یازدهم ریاضی تأثیر دارد. طبق جدول ۷، بین گروه‌ها در نمرات یادگیری مفاهیم هندسه دانش آموزان دوره متوسطه دوم دارای درس هندسه در مرحله پس آزمون در سطح ۰/۰۵ تفاوت معنی دار وجود دارد. یعنی شیوه تدریس اثبات یک قضیه هندسی با استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم‌افزار جئوجبرا توانسته است نمرات یادگیری مفاهیم هندسه دانش‌آموزان دوره متوسطه دوم دارای درس هندسه در مرحله پس آزمون را افزایش دهد. مقدار اتا برابر با ۰/۰۸۶ است یعنی ۸/۶ درصد از تغییرات در گروه آزمایش مربوط به شیوه تدریس اثبات یک قضیه هندسی با استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم‌افزار جئوجبرا است. توان آماری برابر با ۰/۹۰۲ می‌باشد که این مطلب نشان می‌دهد که تحقیق حاضر خطای کمی داشته و حجم نمونه کافی است. این مطلب مؤید این فرضیه است که شیوه تدریس اثبات یک قضیه هندسی با استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم‌افزار جئوجبرا بر یادگیری مفاهیم هندسه دانش آموزان دوره متوسطه دوم تأثیر دارد.

باتوجه به نتایج جدول ۸، مقدار اتا برابر با ۰/۰۷۵ است یعنی ۷/۵ درصد از تغییرات در گروه آزمایش، مربوط به شیوه تدریس اثبات یک قضیه هندسی با استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم افزار جئوجبرا است. توان آماری برابر با ۰/۸۵۵ می‌باشد.

وجود تفاوت معنی دار در سطح ۰/۰۵ بیانگر آن است که دانش آموزانی که با استفاده از نرم افزار جئوجبرا درس هندسه را آموخته‌اند (گروه آزمایش) نسبت به دانش‌آموزانی که به روش معمول یاد گرفته‌اند (گروه کنترل) نگرش بهتری کسب کرده‌اند. که این نتیجه فرضیه دوم پژوهش مبنی بر اینکه «شیوه تدریس اثبات یک قضیه هندسی با استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم‌افزار جئوجبرا بر نگرش به درس هندسه دانش‌آموزان دوره متوسطه دوم دارای درس هندسه تأثیر دارد» را تأیید می‌کند.

جدول ۱: مقایسه میانگین و انحراف معیار نمرات هوش گروه آزمایش وگروه کنترل

Table 1: Comparison of mean and standard deviation of intelligence scores of experimental group and control group

	Experiment group گروه آزمایش		Control group گروه کنترل	
	Mean میانگین	Std. deviation انحراف معیار	Mean میانگین	Std. deviation انحراف معیار
Intelligence هوش	110.18	20.24	110.65	10.76

جدول ۲: آزمون کولموگروف- اسمیرنف برای بررسی نرمال بودن داده‌ها

Table 2: Kolmogorov-Smirnov test to check the normality of the data

Components مؤلفه‌ها	Group گروه	Statistic آماره	Df درجه آزادی	Sig. سطح معنی داری
Learn the concepts of geometry یادگیری مفاهیم هندسه	The experiment آزمایش	.079	60	.200
	Control کنترل	.073	60	.200
Attitude to geometry lessons نگرش به درس هندسه	The experiment آزمایش	.100	60	.200
	Control کنترل	.066	60	.200

جدول ۳: آزمون لون برای بررسی تساوی واریانس‌ها
Table 3: Leven-test to check for equality of variances

Components مؤلفه‌ها	F	Df1	Df2	Sig.
Learn the concepts of geometry یادگیری مفاهیم هندسه	.854	1	118	.357
Attitude to geometry lessons نگرش به درس هندسه	.022	1	118	.0882

جدول ۴:آزمون ام باکس در مورد همسانی کوواریانس نمرات یادگیری مفاهیم هندسه و نگرش به درس هندسه
Table 4: M Box test on variance homogeneity scores for learning geometry concepts and attitudes toward geometry lessons

Box's M	sig
3.780	.294

جدول ۵: مقایسه میانگین و انحراف معیار نمرات یادگیری مفاهیم هندسه و نگرش به درس هندسه
Table 5: Comparison of mean and standard deviation of scores for learning geometry concepts and attitudes toward geometry

		Experiment group گروه آزمایش		Control group گروه کنترل	
	Type of test نوع آزمون	Mean میانگین	Std. deviation انحرااف معیار	Mean میانگین	Std. deviation انحراف معیار
Learn the concepts of geometry یادگیری مفاهیم هندسه	Pre-exam پیش آزمون	13.57	3.07	14.34	3.40
	Post-test پس آزمون	17.05	2.50	16.28	2.89
Attitude to geometry lessons نگرش به درس هندسه	pre-exam پیش آزمون	98.05	18.76	98.27	21.06
	Post-test پس آزمون	109.78	16.17	103.10	19.70

جدول ۶: نتایج تأثیرپیلایی تحلیل کوواریانس چند متغیری (مانکوا)
Table 6: Results of the effect of multivariate analysis of covariance (MANCOVA)

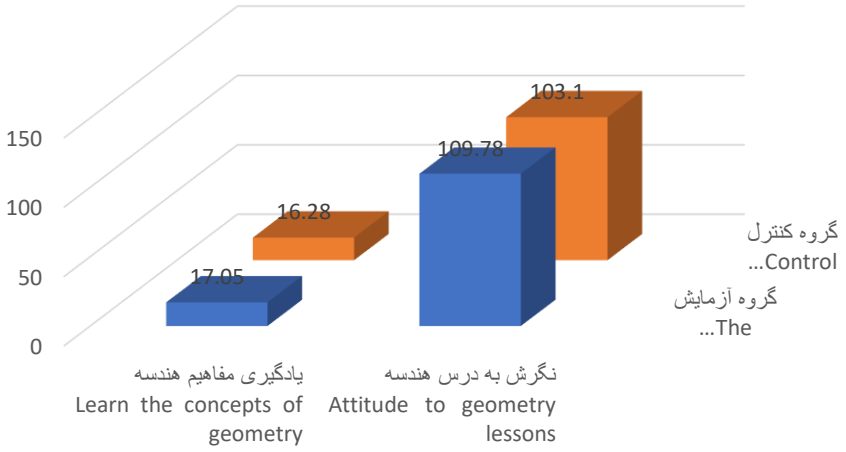
	Effect اثر	Value ارزش	F	Sig. سطح معنی داری	Partial Eta Squared مقداراتا	Observed Power توان آماری
Group گروه	Pillai's Trace	.167	11.389	.001	.167	.992

جدول ۷: تحلیل کوواریانس نمرات یادگیری مفاهیم هندسه در گروه‌های مورد مطالعه
Table 7: Analysis of variance of geometry learning scores in the studied groups

Source منبع	Sum of Squares مجموع مجذورات	Df درجه آزادی	Mean Square مجذور میانگین	F	Sig. سطح معنی داری	Partial Eta Squared مقدار اتا	Observed Power توان آماری
Pre-test پیش آزمون	355.344	1	355.344	89.540	.001	0438	1.000
Intelligence هوش	14.943	1	14.943	3.765	.055	.032	.486
Group گروه	42.694	1	42.694	10.758	.001	.086	.902
Error خطا	456.384	115	3.969				
Total کل	34232.250	120					

جدول ۸: تحلیل کوواریانس نمرات نگرش به درس هندسه در گروه‌های مورد مطالعه
Table 8: Analysis of covariance of attitudes toward geometry in the study groups

Source منبع	Sum of Squares مجموع مجذورات	Df درجه آزادی	Mean Square مجذور میانگین	F	Sig. سطح معنی داری	Partial Eta Squared مقدار اتا	Observed Power توان آماری
Pre-test پیش آزمون	17219.344	1	17219.344	104.983	.001	.477	1.000
Intelligence هوش	108.053	1	108.053	.659	.419	.006	.127
Group گروه	1520.856	1	1520.856	9.272	.003	.075	.855
Error خطا	18862	115	164.020				
Total کل	1399277.000	120					



شکل ۸: مقایسه میانگین نمرات یادگیری مفاهیم هندسه و نگرش به درس هندسه
Figure 8: Comparison of average scores for learning geometry concepts, attitudes toward geometry lessons

نتیجه‌گیری

طبق نتایج، فرضیه اول تأیید می‌شود مبنی بر اینکه شیوه تدریس اثبات یک قضیه هندسی با استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم‌افزار جئوجبرا بر یادگیری مفاهیم هندسه دانش آموزان دوره متوسطه دوم تأثیر مثبت دارد. در تأیید فرضیه اول پژوهش، می‌توان گفت دانش‌آموزان با استفاده از حدس زدن روابط از طریق استفاده از نرم‌افزار جئوجبرا و مثال‌هایی که خود بر روی آنها تحقیق و بررسی می‌کنند درکلاس بصورت فعال‌تر عمل کرده و نسبت به روش معمول، مطالب درسی را عمیق‌تر می‌آموزند.

فرضیه دوم مبنی بر شیوه تدریس اثبات یک قضیه هندسی با استفاده از مثال‌های ساخته شده توسط نرم‌افزار جئوجبرا بر نگرش به درس هندسه دانش‌آموزان دوره متوسطه دوم نیز تأیید می‌شود. یافته‌های پژوهش حاضر نشان داد که این روش انگیزه دانش‌آموزان را برای یادگیری هندسه نسبت به روش معمول افزایش داده وکلاس درس را برای آن‌ها جذاب‌تر می‌کند. این مهارت‌ها باعث توانمندسازی دانش‌آموزان و تسهیل یادگیری درکلاس درس هندسه می‌شود.

مشارکت نویسندگان

نویسنده اول، مسئول تدوین، تجزیه و تحلیل داده‌ها و نگارش مقاله هستند و نویسنده دوم (نویسنده مسئول) ایده‌پردازی و طرح پژوهش همچنین راهنمایی در تدوین و بررسی مقاله را انجام داده‌اند و نویسنده سوم، راهنمایی و مشاوره در تدوین مقاله و بازنگری را بر عهده داشته‌اند.

تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله از دبیران هندسه شهر اصفهان، خانم‌ها فهیمه اعتزازیان، مهری اعتصامی، آذر حسین رضا، الهام شیخان، بدرالسادات عارفی فر، مریم میرطالبی و آقایان ایاز بهرامی اسفرجانی و بابک شفیعی که در انجام پژوهش بسیار زحمت کشیدند و همچنین از آقایان دکتر

مهدی علی محمدی و دکتر جواد مهری تکمه و خانم دکتر فهیمه کلاهدوز، برای تحلیل‌های آماری، مشاوره و ارائه نقطه نظرات ارزنده، کمال تشکر را دارند.

تعارض منافع

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که در رابطه با انتشار مقاله ارائه شده یا ارسال و انتشار دوگانه پرهیز نموده‌اند. هیچ گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

منابع و مآخذ

[1] Saif AA. Modern Educational Psychology. *Doran Publisher*; 2011. Persian.

[2] Herrington J, Oliver R. An Instructional Design Framework for Authentic learning Environments. *Educational Technology Research and Development.* 2000; 48(3): 23-48.

[3] Karala H, Reisoglu I. Haptic's suitability to constructivist learning environment: aspects of teachers and teacher candidates. *Social and Behavioral Sciences.* 2009; 1: 1255–1263.

[4] Alamian V, Sayyedi M, Habibi M. [Identifying misunderstandings of eighth grade students in the control of geometric shapes in geometry and the use of theory and nihilism to upgrade and improve the level of geometric restraints Students]. *Educational innovations*. 1397; 17(67): 123-148. Persian.

[5] Reyhani E, Emamjomeh S M, Sedghpour B S, Moradiveis A. [Assessing the knowledge of teachers and mathematics students in geometry lessons with Using Van Hiele's theory]. *Journal of Educational Technology*. 2011; 5(2): 153-165. Persian.

[6] Kangavari S, Simiari S, Abdollahi-Lashkai H. [Content analysis of 11th grade geometry textbook]. *Journal of growth of mathematics education.* 2018; 36(131): 9-14. Persian.

[7] Reyhani E, Mesgarani H, Farmehr F. [Teaching the role of dynamic geometry software in solving the problem of geometry with a focus on geometry]. *Journal of Education Technology.* 2009; 3(2): 86-73. Persian.

[8] King J, Schattschneider D. Geometry Turned On:dynamic software in learning, teaching and resrarch. *Mathematical Association of America Notes*. 1997.

[9] Khosravi-Pour M, Bazubandi M H. Investigating the Impact of Using Technology Equipment on Learning Earth Sciences and Its Barriers. *International Congress of Science and Earth Type of conference: Scientific associations Sponsor: Scientific Association of Science and Earth*: 2015.

[10] Hamidi S M, Moradi-Shelal M. [Technology in mathematics and its application in solving problems]. *4th National Conference on Education*: 2012: Shahid Rajaei Teacher Training University.

[11] Behzadi-Azad P. [Interactive teaching of mathematics with GeoGebra from Tehran to Sib and Sooran]. *Development of educational technology*. 2020; 36(5): 46. Persian.

[12] Ghorbani M. Math Workshop with Geogebra. *Kian Danesh*. 2012. Persian.

[13] Jafari L, Mahdavinasab Y. Investigating the use of GeoGebra software in teaching mathematics to students. *The first national conference of tomorrow's school*: 2018.

[14] Botana F, Hohenwarter M, Janičić P, Kovács Z, Petrović I, Recio T,Weitzhofer S. Automated Theorem Proving in GeoGebra: Current Achievements. *Journal of Automated Reasoning*. 2015; 55(1): 39-59.

[15] Abanades M, Recio T, Kovács Z, Sólyom C. Development of automatic reasoning tools in GeoGebra. *Communications in Computer Algebra*. 2016; 50(3): 85-88.

[16] Jacinto H, Carreira S. Mathematical Problem Solving with Technology:The Techno-Mathematical Fluency of a Student-with-GeoGebra. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 2017; 15: 1115–1136.

[17] Majerek D. Application of GeoGebra for teaching mathematics. *Advances in Science and Technology Research Journal*. 2014; 8(24): 51-54.

[18] Ramadhani R, Narpila SD. Problem Based Learning Method with GeoGebra Mathematical Learning. *SPS, International Journal of Engineering & Technology*. 2018; 7(32): 774-777.

[19] Mukamba E, Makamure C. Integration of GeoGebra in Teaching and Learning Geometric Transformations at Ordinary Level in Zimbabwe. *Contemporary Mathematics and Science Education*. 2020; 1(1): 20001.

[20] Uwurukundo M S, Maniraho J F, Rwibasira M T. Effect of GeoGebra Software on Secondary School Students' Achievement in 3-D Geometry. *Education and Information Technologies.* 2022; 27(4): 5749-5765.

[21] Fatehi- Kol W, Ayati M. The effect of GeoGebra software on mathematics learning of third grade high school students in Birjand. The Second Regional Conference on Mathematical Sciences and Applications: 2014: Payame Noor University, Mazandaran, Iran.

[22] Mohammad-Nia H, Kaviani M A, Hosseini M. Investigating the role of Geogebra software in empowering students to understand concepts and solve geometric transformation

[34] Sudihartinih E, Purniati T. Using geogebra to develop students understanding on circle concept. *Journal of Physics Conference Series*. 2019; 1157(4): 042090.

[35] Bakhshi-Parikhani S, Hamedi-Nasab S. [The Effect of Guessing Factor on Academic Performance of First Secondary School Students]. *Journal of Psychometrics*. 2017; 6(21): 50-63. Persian.

[36] Bayaga A, Mthethwa M M, Bosse M J, Williams D. Impacts of implementing geogebra on eleventh grade student's learning of Euclidean Geometry. *South African Journal of Higher Education*. 2019; 33(6): 32-54.

معرفی نویسندگان

AUTHOR(S) BIOSKETCHES

منیره مهری تکمه لیسانس دبیر ریاضی از دانشگاه سیستان و بلوچستان، فوق لیسانس ریاضی محض از دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان، دانشجوی دکتری آموزش ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی و دبیر ریاضی ناحیه سه اصفهان با ۲۷ سال سابقه تدریس و مدرس مدعو دانشگاه فرهنگیان می‌باشد. وی جزو افراد مؤسس انجمن ریاضی استان چهارمحال و بختیاری بوده و طراحی سؤالات نهایی کشوری دروس هندسه۲ و ریاضی را بر عهده داشته‌اند.

Mehri-Tekmeh M. PhD student in Mathematics Education, Islamic Azad University, Central Tehran Branch, Tehran, Iran
th.of.mmt@gmail.com

محمد علی فریبرزی عراقی دانشیار و عضو هیأت علمی گروه ریاضی و آمار دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی است. تحصیلات کارشناسی خود را در رشته دبیری ریاضی دانشگاه خوارزمی تهران (تربیت معلم سابق) گذراند. مدرک کارشناسی ارشد را از دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج و دوره دکترا را از دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات در رشته ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی دریافت کرد. حوزه پژوهش و مطالعاتی ایشان آموزش ریاضی، روش‌های تقریبی و عددی در حل معادلات غیرخطی و ریاضیات فازی است. ایشان بیش از ۱۱۰ مقاله چاپ شده در مجلات معتبر و کنفرانس‌های علمی ارائه نموده‌اند. وی نویسنده کتب ریاضی در زمینه آنالیز عددی و آموزش ریاضی به زبان‌های فارسی و انگلیسی است. تاکنون بیش از ۸۶ دانشجوی دوره تحصیلات تکمیلی تحت راهنمایی ایشان از پایان‌نامه خود دفاع کرده‌اند. ایشان داور ۲۰ مجله بین‌المللی و داور بیش از ۱۴۵ مقاله در مجلات داخلی و خارجی می‌باشد. وی داوری طرح‌های تحقیقاتی و ویراستاری کتب را نیز بر عهده داشته‌اند. در سال ۱۳۹۶عضو هیأت تألیف کتب درسی ریاضی متوسطه

problems. Poster Articles – 14th Iranian Mathematics Education Conference. 2016: Iran.

[23] Azimpour S, Vahedi Sh, Faghfouri M. [A Comparison of The Effects of Teaching with Dynamic and Static Graphic Images Methods on Geometric Attitude and Anxiety of Students]. *Biquarterly Journal of Cognitive Strategies in Learning*. 2021; 9(16): 57-72. Persian.

[24] Hosseini M. Teaching trigonometric functions with GeoGebra software. The second conference on teaching and applying mathematics: 2018: Kermanshah, Iran.

[25] Behzadi M H, Hassanpour E. The effect of using educational technology on the mathematical performance of high school students. Third National Conference on Strategies for Achieving Sustainable Development in Iranian Educational Sciences and Psychology. 2019.

[26] Reyhani E, Bakhshalizadeh Sh, Vasheghani-Farahani A. [A study of high school math teachers' knowledge of math examples and how to use it to introduce a concept]. *Quarterly Journal of Educational Innovations*. 2013; 46: 125-155. Persian.

[27] Bills L, Dreyfus T, Mason J, Tsamir P, Watson A, Zaslavsky O. Examplification in mathematics Education. The 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: 2006. Prague, Czech Republic: PME.

[28] Mohammadi Z. [Examples in Mathematics Education]. *Journal of the Development of Mathematics Education*.2019; 133: 13-16. Persian.

[29] Knuth E, Zaslavsky O, Ellis A. The role and use of examples in learning to prove. *ELSEVIER, Journal of mathematical Behavior.*2019; 53: 256-262.

[30] Zodik I, Zaslavsky O. Characteristics of teacher's choice of examples in and for the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*. 2008; 69(2): 165-182.

[31] Obradovic D, Narayan-Mishra L, Narayan-Mishra V. Application of GeoGebr in Mathematics Teaching. *International Journal of Management, Sciences, Innovation, and Technology*. 2021; 2(1): 15-26.

[32] Osypova N V, Tatochenko V I. Improving the learning environment for future mathematics teachers with the use application of the dynamic mathematics system GeoGebra AR. 4th International Workshop on Augmented Reality in Education: 2021.

[33] Ramadhani R, Dahlya-Narpila S. Problem Based Learning Method with GeoGebra in Mathematical Learning. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018; 7(3.2): 774-777.

دوم بوده است. ایشان در سال ۱۳۹۱ به عنوان پژوهشگر برتر در رشته ریاضی و در سال ۱۴۰۰به عنوان پژوهشگر برتر جشنواره فرهیختگان در زمینه مجله برتر شناخته شده است.

Faribrzi-Araghi M A. Associate Professor and Faculty Member, Department of Mathematics and Statistics, Islamic Azad University, Central Tehran Branch, Tehran, Iran

m_fariborzi@iauctb.ac.ir

ابراهیم ریحانی دانشیار گروه ریاضی دانشکده علوم پایه دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی می‌باشند. مدرک کارشناسی دبیری ریاضی را در سال ۱۳۶۸ از دانشگاه خوارزمی و مدرک کارشناسی ارشد ریاضی محض را در سال ۱۳۷۳ از دانشگاه شهید بهشتی دریافت کردند. در سال ۱۳۸۴ موفق به کسب مدرک دکتری ریاضی با گرایش آموزش ریاضی از دانشگاه دولتی مسکو گردیدند. ایشان بیش از ۱۵۰ مقاله در مجلات و کنفرانس‌های علمی ارائه نموده‌اند و در کمیته علمی و داوری مجله‌ها و کنفرانس‌ها و همایش‌های علمی فعالیت داشته‌اند. عضویت در تیم تألیف ۲۱ کتاب درسی ریاضی از پایه چهارم تا پایه دوازدهم و ریاست شورای برنامه‌ریزی ریاضی دفتر تألیف کتاب‌های درسی وزارت آموزش و پرورش از سوابق ایشان است. تاکنون بیش از ۷۰ دانشجوی دوره تحصیلات تکمیلی تحت راهنمایی ایشان از پایان نامه خود دفاع کرده‌اند. زمینه‌های تخصصی ایشان عبارتند از: حل مسأله ریاضی، طرح مسأله ریاضی و آموزش معلمان ریاضی.

Reyhani E. Associate Professor, Department of Mathematics, Faculty of sciences, Shahid Rajaei Teacher Training University, Tehran, Iran

e_reyhani@yahoo.com

Citation (Vancoure): Mehri-Tekmeh M, Fariborzi-Araghi M.A, Reyhani E [The effectiveness of teaching via constructed examples by using GeoGebra software in learning high school geometry theorems]. *Tech. Edu. J. 2023; 17(1): 23-38*

https://doi.org/10.22061/tej.2022.8711.2718

COPYRIGHTS

©2023 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.