

# بررسی و سنجش دقت زاویه ای الگوریتم های MUSIC، ML، MUSIC، Root-MUSIC و هموارسازی فضایی در تشخیص جهت ورود سیگنال

مهدی جلالی\*، شهریار شیروانی مقدم\*\* و هوشنگ امین الهی\*\*\*

## چکیده

در این مقاله ابتدا به شبیه سازی الگوریتم های MUSIC، ML، MUSIC، Root-MUSIC و هموارسازی فضایی در محیط دارای نویز و فیدبک پرداخته و سپس این الگوریتم ها از لحاظ تخمین میزان دقت زاویه های رسیده از دو منبع مقایسه شده اند. با ارایه نتیجه های شبیه سازی چهار الگوریتم در قالب جدول هایی که بر حسب میانگین، انحراف از میانگین، واریانس زاویه های تخمین زده شده و درصد آزمایش های موفق تهیه شده اند، ملاحظه می شود که الگوریتم های MUSIC و Root-MUSIC از لحاظ تخمین و تشخیص زاویه های نزدیک به هم دقت بالاتری دارند. در این دو روش زاویه های نزدیک به هم، تا حدود یک درجه، قابل تشخیص و تفکیک است. افزون بر این نتیجه های شبیه سازی نشان می دهد که الگوریتم هموار سازی فضایی موثرترین روش برای تشخیص منابع هم دوس است.

واژه های کلیدی: DOA، ML، MUSIC، Root-MUSIC، هموار سازی فضایی

## ۱- مقدمه

راستا صورت پذیرفته است بهبودهایی بر روی الگوریتم MUSIC به عمل آمده که منتج به الگوریتم های Root-MUSIC [۵] و هموارسازی فضایی شده است [۶]. الگوریتم Root-MUSIC با ایجاد یک چند جمله ای و تعیین ریشه های آن، به تخمین زوایا می پردازد و مشکل الگوریتم MUSIC را، که نیازمند جستجو بر روی فضای مربوط به پارامتر تخمینی است، حل کرده است. سه الگوریتم MUSIC، ML و Root-MUSIC فقط در صورتی که سیگنال ها ناهمدوس باشند تخمین خوبی را ارایه می دهند. اگر سیگنال های دریافتی دارای همبستگی

تداخل همواره در سیستم های مخابرات بسیار به عنوان یکی از عامل های مهم محدود کننده ظرفیت و کاهش دهنده کیفیت و کارایی، مطرح است و برای مقابله با آن روش های متفاوتی ارایه شده است. یکی از مرسوم ترین راه حل ها، تخمین جهت ورود سیگنال دریافتی به آرایه آنتنی ایستگاه پایه است. الگوریتم های زیادی برای تخمین جهت ورود سیگنال DOA (Direction Of Arrival) معرفی و پیاده سازی شده است [۱،۲] که پایه ای ترین آنها، الگوریتم بیشینه درست نمایی (ML) کاپون [۳] و الگوریتم MUSIC [۴] است. با پژوهش های بسیاری که در این

\* کارشناس ارشد مخابرات، گروه برق دانشکده تحصیلات تکمیلی دانشگاه آزاد اسلامی  
ایران واحد تهران جنوب (عضو باشگاه پژوهشگران جوان)،  
\*\* استادیار، گروه الکترونیک دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شهید رجایی،  
sh\_shirvani@srttu.edu (نویسنده مسئول): پست الکترونیکی:

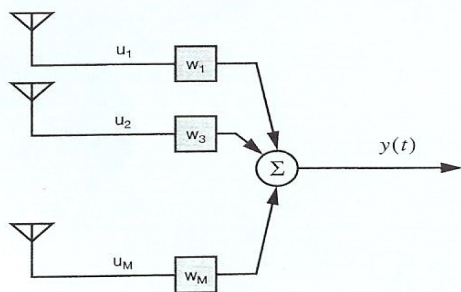
\*\*\* استادیار، گروه برق دانشکده تحصیلات تکمیلی دانشگاه آزاد اسلامی ایران واحد  
تهران: حنف

توان خروجی شکل دهنده ی پترن به صورت زیر قابل بیان است:

$$P_{cbf} = E[|y(k)|^2] = E[w^H u(k)]^2 \quad (2)$$

$$= w^H E[u(k)u^H(k)]w = w^H R_{uu} w$$

که  $R_{uu}$  ماتریس خود بستگی داده ی ورودی آرایه است.



شکل ۱ نمایش ساختار کلاسیک شکل دهی پترن

طبق مدل داده ی ورودی باند باریک، توان خروجی شکل دهنده ی پترن دریافتی را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$P_{cbf}(\phi_0) = E[|w^H u(k)|^2] = E[|w^H (a(\phi_0)s(k) + n(k))|^2]$$

$$= (|w^H a(\phi_0)|^2 (\sigma_s^2 + \sigma_n^2)) \quad (3)$$

که  $a(\phi_0)$  بردار هدایت زاویه ی  $\phi_0$  جهت دریافت سیگنال و  $n(k)$  بردار نویز در ورودی آرایه است.  $\sigma_s^2 = E[s^2(k)]$  و  $\sigma_n^2 = E[n^2(k)]$  به ترتیب توان سیگنال و توان نویز هستند. از معادله ی (۳) به وضوح آشکار است که توان خروجی هنگامی که  $w = a(\phi_0)$  باشد، به حداکثر می رسد. لذا برای تمام بردارهای ممکن وزنی، آنتن گیرنده بالاترین بهره را هنگامی که  $w = a(\phi_0)$  باشد، در جهت  $\phi_0$  دارد [۷].

در روش ML برای تخمین DOA، پترن در سراسر ناحیه ی زاویه ی مطلوب، به صورت گسسته به وسیله ی تشکیل وزن های  $w = a(\phi_0)$  برای  $\phi$  های متفاوت مورد آزمون قرار می گیرد و توان خروجی اندازه گیری می شود. با استفاده از معادله ی (۳)، توان خروجی در شکل دهنده ی

باشند این سه الگوریتم کارآمد نخواهند بود. الگوریتم هموارسازی فضایی با تقسیم آرایه به زیر آرایه های پیشرو و پسرو به بهبود و اصلاح پیش پردازش ماتریس کوواریانس می پردازد و در حضور سیگنال های هم دوس پاسخ قابل قبولی را عرضه می دارد [۶].

در این پژوهش ضمن معرفی الگوریتم های ML کاپون، MUSIC، Root-MUSIC و هموار سازی فضایی در بخش ۲، رابطه ها و معادله های حاکم بر هر روش آورده شده است. در بخش سوم با توجه به نتایج حاصل از سایر مقاله های و شبیه سازی های انجام شده در این پژوهش، تعداد سنسورها، تعداد نمونه های مورد نیاز از سیگنال، سطح سیگنال به نویز و فاصله مناسب بین عنصرهای آرایه آرایه و بر اساس آن در ادامه این بخش، تخمین زاویه ورود چهار روش در مجاورت دو منبع در زاویه های ۲۸ و ۳۰ درجه استخراج گردیده است. جهت سنجش میزان دقت تخمین زاویه های دو منبع، با ثابت نگه داشتن زاویه ی ۳۰ درجه، زاویه ی ۲۸ درجه را به تدریج افزایش داده و نتیجه های حاصل از شبیه سازی چهار الگوریتم، با استخراج میانگین زاویه های تخمینی، میزان انحراف از میانگین و واریانس زاویه ها و تعداد آزمایش های موفق، آرایه شده است. در بخش چهارم با عنوان نتیجه گیری نهایی، بر اساس نتیجه های حاصل از شبیه سازی ها و منحنی ها و جدول های حاصل، بهترین روش از نظر میزان دقت در تخمین زاویه و وضوح زاویه ای معرفی شده است.

## ۲- الگوریتم های مختلف تخمین DOA

### ۲-۱ الگوریتم ML کاپون

الگوریتم ML یکی از ساده ترین روش های تخمین DOA است. شکل ۱ ساختار شکل دهنده ی پترن باند باریک را نشان می دهد که سیگنال خروجی  $y(k)$  به وسیله ی مجموعه ی وزن دار شده ی خطی از خروجی های عنصرهای حسگر به دست می آید که عبارت است از:

$$y(k) = w^H u(k) \quad (1)$$

زویا تخمین زده می شوند [۸].

موج های دریافتی روی  $m$  عنصر آرایه، ترکیب های خطی از  $d$  موج برخوردی به همراه نویز، هستند. بنابراین، دیدگاه طبقه بندی چندین سیگنال با مدل زیر برای تعیین  $m$  بردار دریافتی  $x$  عبارت است از:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} = [a(\theta_1) a(\theta_2) \dots a(\theta_n)] \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_m \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$x = As + n$$

$a(\theta)$  بردار هدایت به صورت زیر است:

$$a(\theta) = [1 \ e^{-j\phi} \dots e^{-j(N-1)\phi}]^T \quad (8)$$

$$\phi = \left(\frac{2\pi \cdot d}{\lambda}\right) \cdot \cos\theta \quad (9)$$

عنصر زام بردار حالت  $A$ ،  $a(\theta_j)$ ، پاسخ به جهت دریافت سیگنال زام،  $\theta_j$ ، است. دانستن بردار حالت  $a(\theta_1)$  معادل دانستن  $\theta_1$  است.

در حالت کلی، ماتریس کوواریانس  $m \times m$  بردار  $x$  ورودی عبارت است از:

$$R = E\{x \times x^H\} = AE\{s \times s^H\}A^H + E\{n \times n^H\}, \quad (10)$$

$$R = APA^H + \lambda \Sigma_n$$

وقتی که تعداد موج های برخوردی،  $d$  کمتر از تعداد عنصرهای آرایه باشد، آنگاه  $APA^H$  منفرد است و در نتیجه دارای درجه ای کمتر از  $m$  خواهد بود. بنابراین:

$$|APA^H| = |R - \lambda \Sigma_n| = 0 \quad (11)$$

این رابطه تنها به ازای  $\lambda$  ای که برابر یکی از مقادیر ویژه  $R$  در متریک  $\Sigma_n$  باشد، برقرار است. اما برای  $A$  ای با درجه کامل و  $P$  معین مثبت،  $APA^H$  معین غیر مثبت

پترن به عنوان تابعی از زاویه به صورت زیر به دست می آید:

$$P_{cbf}(\phi) = w^H R_{uu} w = a^H(\phi) R_{uu} a(\phi) \quad (4)$$

بنابراین، اگر تخمینی از ماتریس خود بستگی وجود داشته باشد و بردارهای هدایت  $a(\phi)$  برای تمام  $\phi$  های مطلوب دانسته فرض شود، تخمین توان خروجی به عنوان تابعی از AOA (طیف فضایی) ممکن خواهد شد. با تعیین قله های طیف فضایی تعریف شده در معادله (۴)، DOA تخمین زده می شود. همچنین این روش، سهم تداخل های نامطلوب را با حداقل کردن توان خروجی کم می کند و بهره را در جهت مذکور به مقدار ثابت ۱ می رساند.

$$\min_w E[|y(k)|^2] = \min_w w^H R_{uu} w$$

$$w^H a(\phi_0) = 1 \quad (5)$$

حال توان خروجی آرایه که به صورت تابعی از AOA است، از روش شکل دهی پترن کاپون و طیف فضایی کاپون، مطابق رابطه زیر به دست می آید:

$$P_{Capon}(\phi) = \frac{1}{a^H(\phi) R_{uu}^{-1} a(\phi)} \quad (6)$$

قله های طیف کاپون نشان دهنده DOA هستند [۳].

## ۲-۲ الگوریتم MUSIC

الگوریتم طبقه بندی چندین سیگنال MUSIC یکی از مشهورترین روش های تخمین DOA است. این الگوریتم برای یافتن جهت سیگنال برخوردی به آرایه، به یک جستجوی یک بُعدی روی فضای مربوط نیاز دارد. دقت تخمین به دست آمده به میزان تفکیک پذیری پله های به کار رفته برای جاروب زاویه ها وابسته است. در این روش ماتریس کوواریانس حسگرها با مکان های دلخواه و ویژگی های جهتی (بهره، فاز و قطبش پذیری) اختیاری در محیط، نویز یا تداخل را تشکیل داده و با تعریف حد آستانه ای جهت جدا سازی زیر فضای نویز و سیگنال و سپس رسم تابع MUSIC بر حسب زاویه و جداسازی قله های آن،

استفاده می کنند:

$$\begin{aligned} A_n &= \sigma^2 I_{m-d \times m-d}, \\ \Lambda_s &= \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_d), \\ \lambda_1 &\geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_d \geq \sigma^2 \end{aligned} \quad (16)$$

با توجه به رابطه های بالا و این که:

$$Q_n^H A(\theta_i) = 0, \quad i = 1, \dots, d \quad (17)$$

و آنچه در الگوریتم MUSIC گفته شد، می توان پارامترهای مورد نظر را تخمین زد.

فرض کنید که آرایه ای خطی یکنواخت با فاصله  $\Delta_0$  بین عنصرهای وجود دارد، به طوری که  $m$  امین عنصر  $A(\theta)$  این گونه باشد:

$$a_k(\theta) = e^{j2\pi.k.(\Delta_0/\lambda).\sin \theta} \quad (18)$$

طیف "تمام قطب" جهت یابی به شکل زیر است:

$$S(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta)Ua(\theta)} \quad (19)$$

که  $U$  هرمیتی است. در الگوریتم MUSIC،  $U = \hat{Q}_n \hat{Q}_n^H$  است. می توان مخرج کسر را به شکل رابطه ی (۲۰) نوشت:

$$\begin{aligned} S^{-1}(\theta) &= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m e^{j2\pi.k.(\Delta_0/\lambda).\sin \theta} U_{kl} e^{j2\pi.l.(\Delta_0/\lambda).\sin \theta} \\ &= \sum_{l=-m+1}^{m-1} a_l e^{j2\pi.l.(\Delta_0/\lambda).\sin \theta} \end{aligned} \quad (20)$$

که  $a_l$  جمع تمام درایه ها در طول  $l$  امین قطر است، یعنی:

$$a_l = \sum_{m-n=1} A_{mn} \quad (21)$$

اگر چند جمله ای زیر تشکیل شود:

$$D(z) = \sum_{l=-m+1}^{m+1} a_l z^{-l} \quad (22)$$

خواهد بود و لذا  $\lambda$  می تواند تنها برابر کمترین مقدار ویژه ( $\lambda_{\min}$ ) باشد. بنابراین، هر ماتریس اندازه گیری شده ی  $R = E\{x \times x^H\}$  را می توان این گونه نوشت:

$$R = APA^H + \lambda_{\min} \Sigma_n \quad (12)$$

که  $\lambda_{\min}$  کمترین مقدار جواب  $|R - \lambda \Sigma_n| = 0$  است. باید توجه کرد در حالت ویژه ای که عنصرهای بردار نویز  $n$  دارای میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  باشند، آنگاه:  $\lambda_{\min} = \sigma^2 I$  همچنین تعداد سیگنال های برخوردی تخمین زده شده عبارت اند از:

$$\hat{d} = m - \hat{n} \quad (13)$$

که  $\hat{n}$  تعداد مقدارهای ویژه ای است که از  $\lambda_{\min}(R, \Sigma_n)$  متفاوت است.

اگر  $Q_N$  به صورت ماتریسی با ابعاد  $(m \times n)$  (که  $n$  ستون آن بردارهای ویژه ی نویز است) باشد، آنگاه:

$$P_{MU}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta)Q_n Q_n^H a(\theta)} \quad (14)$$

تابع MUSIC خوانده می شود که با برداشتن قله های این تابع، زاویه های مورد نظر تخمین زده می شوند. عملگر  $H$  نیز ترانهاده مزدوج ماتریس است [۸].

## ۲-۳ الگوریتم Root-MUSIC

یکی از معایب الگوریتم MUSIC نیاز آن به جستجو روی فضای مربوط به پارامتر تخمینی DOA است. این مشکل با الگوریتم ROOT-MUSIC حل می شود [۱۵]. در این روش فرض می شود ماتریس کوواریانس حاصل از تجزیه ی ویژه ی حسگرها به صورت رابطه ی زیر باشد:

$$R = Q_s \Lambda_s Q_s^H + Q_n \Lambda_n Q_n^H \quad (15)$$

ستون های  $Q_s$  بردارهای ویژه ی سیگنال و ستون های  $Q_n$  بردارهای ویژه ی نویز هستند. بر پایه ی بردارهای ویژه، روش های جهت یابی از ویژگی های تجزیه ی

شد، ماتریس کوواریانس هموار شده‌ی فضای متوسط پیشرو  $R^f$ ، به صورت متوسط نمونه ماتریس های کوواریانس زیر آرایه تعریف می شود:

$$R^f = \frac{1}{L} \sum_{K=0}^{L-1} R_K^f \quad (28)$$

که  $L=M-P+1$  تعداد زیر آرایه هاست. با جای گذاری رابطه‌ی (27) در رابطه‌ی (28)،  $R^f$  به صورت زیر حاصل می شود:

$$R^f = A \left( \frac{1}{L} \sum_{K=0}^{L-1} F^{(K-1)} R_{SS}^f (F^{(K-1)})^H \right) A^H + \sigma_n^2 I \quad (29)$$

که  $R_{SS}^f$  ماتریس کوواریانس اصلاح شده‌ی سیگنال هاست و به صورت رابطه‌ی زیر قابل بیان است:

$$R_{SS}^f = \frac{1}{L} \sum F^{(K-1)} R_{SS} (F^{(K-1)})^2 \quad (30)$$

برای  $L \geq D$ ، علی‌رغم هم‌دوس بودن سیگنال‌ها، ماتریس  $R_{SS}^f$  غیر منفرد است [9].

### ۳- شبیه سازی الگوریتم ها

#### ۳-۱- فرضیات شبیه سازی

کلیه شبیه سازی های انجام شده در این پژوهش، در محیط نرم افزاری MATLAB و با شرایط زیر صورت گرفته است:

- آرایه خطی یکنواخت متشکل از ۱۶ حسگر که فاصله‌ی بین عنصرها برابر نصف طول موج است.
- تعداد نمونه های استفاده شده از سیگنال برابر با ۱۰۰۰ است.
- دو منبع نا همبسته در زاویه های ۲۸ و ۳۰ درجه با سطح سیگنال به نویز برابر ۲۰ dB در نظر گرفته شده است.
- میانگین گیری روی ۱۰۰۰ آزمایش مستقل (مونت کارلو)، انجام شده است.

ارزیابی طیف  $S(\theta)$  معادل ارزیابی چند جمله ای  $D(z)$  بر روی دایره‌ی واحد می شود. می توان از ریشه‌های  $D(z)$  به جای قله های  $S(\theta)$  برای تخمین زاویه‌ی دریافتی استفاده کرد. واضح است که قله های  $S(\theta)$  مطابق با ریشه هایی از  $D(z)$  است و این ریشه ها نزدیک دایره‌ی واحد هستند. یعنی ریشه های  $D(z)$  در رابطه‌ی زیر صدق می کنند:

$$Z = Z_l = |Z_l| e^{j \arg(Z_l)} \quad (23)$$

که در نتیجه قله‌ی  $S(\theta)$  به صورت رابطه‌ی (24) خواهد بود [5]:

$$\sin(\theta) = \left( \frac{\lambda}{2\pi \Delta_0} \right) \arg(Z_l) \quad (24)$$

#### ۲-۴ الگوریتم هموار سازی فضایی

در روش هموار سازی فضایی پیشنهاد شده توسط اوانتس و همکارانش، آرایه‌ی یکنواخت خطی با  $M$  حسگر یکسان به زیر آرایه های پیشرو که دارای هم پوشانی به اندازه  $p$  هستند، به گونه ای که عنصرهای حسگر  $\{0, \dots, p-1\}$  زیر آرایه پیشرو اولی و حسگرهای  $\{1, \dots, p\}$  زیر آرایه‌ی پیشرو دومی را شکل دهی می کنند و.... [9]. در صورتی که  $u_k(t)$  بردار دریافت شده‌ی سیگنال‌ها در  $k$  امین زیر آرایه‌ی پیشرو باشد، سیگنال‌های دریافت شده در هر زیر آرایه به صورت زیر مدل می شوند:

$$u_k^f(t) = AF^{(k-1)}s(t) + n_k(k) \quad (25)$$

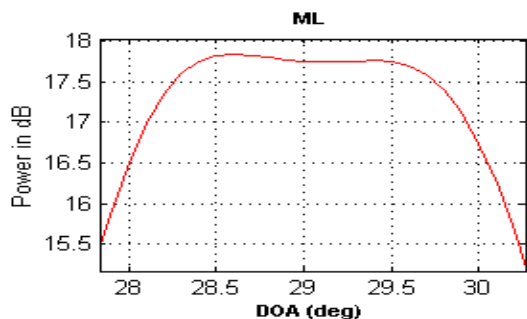
که  $F^{(k)}$  توان  $k$  امین ماتریس قطری است:

$$F = \text{diag} \{ e^{-j\beta \cos \phi_0}, \dots, e^{-j\beta \cos \phi_{D-1}} \} \quad (26)$$

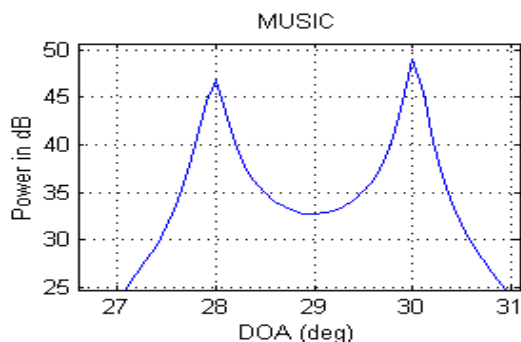
ماتریس کوواریانس  $k$  امین زیر آرایه‌ی پیشرو طبق رابطه‌ی (27) به دست می آید:

$$R_k^f = AF^{(k-1)}R_{SS}F^{H(k-1)}A^H + \sigma_n^2 I \quad (27)$$

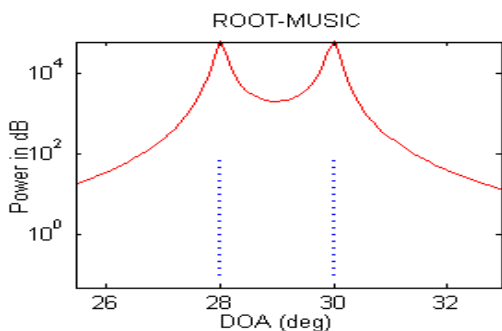
که  $R_{SS}$  ماتریس کوواریانس منابع است. طبق آنچه گفته



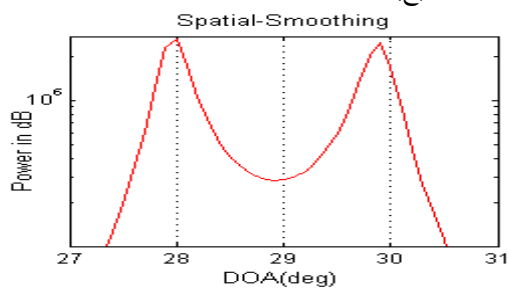
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۲ تخمین دو زاویه ۲۸ و ۳۰ درجه با چهار الگوریتم

- در الگوریتم هموار سازی فضایی از دو سیگنال هم‌دوس که دامنه هایشان متفاوت است و از دو مسیر، با توان های برابر و دارای تاخیر بین دو سیگنال کمتر از طول یک چیپ در سیستم WCDMA، می رسند استفاده می شود. به عبارت واضح تر، سیگنال ها به طور کامل همبسته اند.
- طول زیر آرایه در الگوریتم هموار سازی فضایی برابر با ۵ است.

### ۲-۳ نتایج شبیه سازی الگوریتم ها برای زاویه های ۲۸ و ۳۰

شکل ۲ نمودارهای حاصل از شبیه سازی چهار الگوریتم را برای دو منبع که در زاویه های ۲۸ و ۳۰ درجه واقع شده‌اند، نشان می دهد. در شکل (الف)، طیف الگوریتم ML کاپون دیده می شود. ملاحظه می شود که این الگوریتم از دقت پایینی برخوردار است. با وجود این که این روش بخشی از درجه‌ی آزادی را برای شکل دهی پترن در جهت مورد نظر و به طور همزمان بخش دیگر درجه‌ی آزادی را برای شکل دهی نقاط خنثی در جهت سیگنال های تداخل‌گر استفاده می کند، این الگوریتم در تشخیص دو زاویه نزدیک به هم، دقت خوبی ندارد.

در شکل (ب)، نتیجه های مربوط به تخمین دو زاویه، در الگوریتم MUSIC دیده می شود. این الگوریتم که یکی از روش های مبتنی بر زیرفضاست مشکل پایین بودن دقت الگوریتم قبلی را تا حدود زیادی حل کرده است.

در شکل (ج) نتیجه های الگوریتم Root-MUSIC آمده است و شکل (د) نتیجه های الگوریتم هموار سازی فضایی را نشان می دهد. در الگوریتم هموار سازی فضایی نیز دو منبع در زاویه های ۲۸ و ۳۰ درجه قرار دارند اما این دو منبع به طور کامل همبسته اند و تاخیر بین دو سیگنال نیز کمتر از طول یک چیپ است. در این زوایا دقت تشخیص الگوریتم های MUSIC، Root-MUSIC و هموار سازی فضایی به تقریب یکسان است.

### ۳-۳ سنجش میزان دقت تخمین الگوریتم ها

جهت سنجش و مقایسه بهتر نتیجه های، زاویه های تخمینی، انحراف از میانگین زاویه های تخمینی و واریانس زاویه ها در روش های متفاوت، استخراج و ارایه شده است. با مقایسه ی مقدارهای موجود در جدول های ۱ و ۲ واضح است که الگوریتم ML حتی در یافتن دو زاویه ۲۸ و ۳۰ درجه تخمین مناسبی ارایه نداده و با افزایش تدریجی تا ۲۸،۲ الگوریتم پاسخ می دهد ولی دقت الگوریتم با توجه به مقدارهای "درصد تعداد آزمایش های موفق" و "میانگین و انحراف از میانگین و واریانس زاویه ها" بسیار پایین است و الگوریتم مناسبی جهت تخمین زاویه های نزدیک به هم نیست. ولی الگوریتم MUSIC تا زاویه  $29,04^\circ$  پاسخ های خوبی دارد.

### جدول ۱ میزان دقت الگوریتم ML در تشخیص دو زاویه نزدیک به هم

وارینس زاویه های تخمینی	انحراف از میانگین	میانگین زاویه های تخمینی	آزمایش های موفق (درصد)	زاویه های منابع
0.0033 0.0025	-0.3785 0.3870	28.3785 29.6130	100	$\theta_1 = 28$ $\theta_2 = 30$
0.0053 0.0045	-0.4820 0.4837	28.5820 20.5163	86	$\theta_1 = 28.1$ $\theta_2 = 30$
0.0060 0.0046	-0.6103 0.6034	28.8103 29.3966	14.5	$\theta_1 = 28.2$ $\theta_2 = 30$

### جدول ۲ میزان دقت الگوریتم MUSIC در تشخیص دو زاویه نزدیک به هم

وارینس زاویه های تخمینی	انحراف از میانگین	میانگین زاویه های تخمینی	آزمایش های موفق (درصد)	زاویه های منابع
0.0001 0.0001	-0.0005 0.0015	28.0005 29.9985	100	$\theta_1 = 28$ $\theta_2 = 30$
0.0018 0.0022	-0.0180 0.0245	28.8180 29.9755	100	$\theta_1 = 28.8$ $\theta_2 = 30$
0.0028 0.0027	-0.0390 0.0450	29.0390 29.9550	100	$\theta_1 = 29.0$ $\theta_2 = 30$
0.0050 0.0040	-0.0827 0.0955	29.2827 29.9045	89.5	$\theta_1 = 29.2$ $\theta_2 = 30$
0.0049 0.0041	-0.0978 0.1056	29.3978 29.8944	45	$\theta_1 = 29.3$ $\theta_2 = 30$
0.0092 0.0069	-0.1067 0.1133	29.5067 29.8867	7.5	$\theta_1 = 29.4$ $\theta_2 = 30$

در جدول های ۳ و ۴ نتیجه های حاصل از الگوریتم های Root-MUSIC و هموار سازی فضایی آورده شده است. بدون شک الگوریتم Root-MUSIC در میان این چهار الگوریتم نتیجه های مطلوب تری دارد و حتی تا یک درجه تفاوت زاویه ای بین دو منبع، قادر به تخمین و تفکیک است و لذا از دقت بالاتری برخوردار است. با وجود این که الگوریتم هموار سازی فضایی دقت کمتری نسبت به MUSIC و Root-MUSIC دارد اما موثرترین روش برای سیگنال های هم دوس است.

تفکیک دو زاویه نزدیک به هم به ترتیب مربوط به الگوریتم های Root-MUSIC و MUSIC است. کمترین دقت در الگوریتم ML کاپون حاصل می شود. پایین بودن دقت الگوریتم هموارسازی فضایی به دلیل متوسط گیری ذاتی این روش است اما باید توجه داشت که در صورت وجود سیگنال های هم دوس حتی با وجود نبود دقت بالا، روش مناسب برای تشخیص منابع همبسته، الگوریتم MUSIC با هموار سازی فضایی است.

### ۵- مراجع

- [1] L. C. Godara, "Smart Antennas", CRC Press, 2004.
- [2] D. Tse and P. Viswanath, "Fundamentals of Wireless Communications", Cambridge University Press, 2005.
- [3] J. Capon, "High Resolution Frequency Wave Number Spectrum Analysis", Proceedings of the IEEE, Vol. 57, pp. 1408-1418, August 1969.
- [4] R.O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-34, pp.276-280, 1986.
- [5] B.D. Rao and K. V. Hari, "Performance Analysis of ROOT-MUSIC", IEEE Transactions on ASSP, Vol. 37, No. 12, pp.1939-1949, December 1989.
- [6] T.J. Shan, M. Wax and T. Kailath, "On Spatial Smoothing for Direction of Arrival Estimation of Coherent Signals", IEEE Transactions on ASSP, Vol. 33, No. 4, August 1985.
- [7] F.A. Belhoud, R.M. Shubair and M.E. Al-Mualla, "Modeling and Performance Analysis of DOA Estimation Adaptive Signal Processing Arrays", Proceedings off the 10<sup>th</sup> IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS2003), Vol. 1, pp. 340-343, December 2003.
- [8] R.S. Kawitkar and D.G. Wakde, "An Approach for MUSIC Algorithm in Smart Antenna System", IEEE International Workshop on Antenna Technology (IWAT2005), Small Antennas and Novel Metamaterials, March 2005.
- [9] W. Shilong and L. Jingqing, "DOA Estimation of Correlative Signals with Spatial Smoothing Technique and Modified MUSIC Method", Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on Signal Processing (ICSP2004), Vol. 2, pp. 1411-1414, September 2004.

### جدول ۳ میزان دقت الگوریتم Root-MUSIC در

تشخیص دو زاویه نزدیک به هم

وارینانس زاویه های تخمینی	انحراف از میانگین	میانگین زاویه های تخمینی	آزمایش های موفق (درصد)	زاویه های منابع
0.0001 0.0001	-0.0005 0.0015	28.0005 29.9985	100	$\theta_1 = 28$ $\theta_2 = 30$
$0.8553 \times 10^{-3}$ $0.9236 \times 10^{-3}$	-0.0070 0.0090	28.6070 29.9910	100	$\theta_1 = 28.6$ $\theta_2 = 30$
0.0028 0.0027	-0.0390 0.0450	29.0390 29.9550	100	$\theta_1 = 29.0$ $\theta_2 = 30$
0.0050 0.0040	-0.0827 0.0955	29.2827 29.9045	89.5	$\theta_1 = 29.2$ $\theta_2 = 30$
0.0049 0.0041	-0.0978 0.1056	29.3978 29.8944	45	$\theta_1 = 29.3$ $\theta_2 = 30$
0.0092 0.0069	-0.1067 0.1133	29.5067 29.8867	7.5	$\theta_1 = 29.4$ $\theta_2 = 30$

### جدول ۴ میزان دقت الگوریتم هموار سازی فضایی در

تشخیص دو زاویه نزدیک به هم

وارینانس زاویه های تخمینی	انحراف از میانگین	میانگین زاویه های تخمینی	آزمایش های موفق (درصد)	زاویه های منابع
0.0009 0.0067	-0.0040 0.0102	28.0040 29.9898	99.6	$\theta_1 = 28$ $\theta_2 = 30$
0.0065 0.0063	0.0413 0.0397	28.1587 29.9603	96.2	$\theta_1 = 28.2$ $\theta_2 = 30$
0.0073 0.0089	-0.0201 0.1237	28.4201 29.8763	90.4	$\theta_1 = 28.4$ $\theta_2 = 30$
0.0237 0.0103	0.2014 0.1769	28.3986 29.8231	84	$\theta_1 = 28.6$ $\theta_2 = 30$
0.0018 0.0383	-0.1146 0.2049	28.9146 29.7951	20.6	$\theta_1 = 28.8$ $\theta_2 = 30$

### ۴- نتیجه گیری نهایی

در این پژوهش چهار الگوریتم تخمین جهت ورود سیگنال، ML کاپون، Root-MUSIC، MUSIC و هموار سازی فضایی با وجود دو کاربر در محیطی شامل نویز و فیدینگ، شبیه سازی و میزان دقت این الگوریتم ها در تخمین زاویه های نزدیک هم سنجیده شد. نتیجه های نمودارها و جدول ها نشان می دهد که بالاترین دقت تخمین زاویه و