Tech. Edu. J. 13(3): 484-498, Summer 2019

Technology of Education Journal

(TEJ)

Homepage: jte.sru.ac.ir

ORIGINAL RESEARCH PAPER

A study on performance of secondary school students in solving a spatial ability task based on SOLO theory

S. Hagh joo[1], E. Reyhani*

[1] Department of Mathematics, Faculty of Science, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

Submitted: 01 April 2018
Reviewed: 5 May 2018
Revised: 04 October 2018
Accepted: 15 October 2018

KEYWORDS:
SOLO Model
Spatial Ability
Misconceptions
Math Learning
Student Understanding

* Corresponding author
e_reyhani@sru.ac.ir

ABSTRACT

Background and Objectives: Recent research by Rivera and Sinclair et al. Shows the impact of spatial abilities on achieving different goals in different fields of study and real life, and suggests the need to extend its learning to all levels of education. Traditional approaches to teaching geometry based on the classification of shapes and objects and their properties have been intuitively focused on ultimately formal proof. Currently, more emphasis is placed on spatial abilities such as mental rotation, representation of three-dimensional objects, and coordination of motion and position. Incorporating such abilities into textbooks plays an important role in students' understanding of the concepts of geometry.

Structure of Observed Learning Outcome (SOLO) is one of the most practical theories that falls into the general and local frameworks of cognitive development. The importance of this theory is that it can assess students' understanding of a subject at all ages. The aim of this study was to investigate the ability of students' spatial skills in solving one task and to analyze their responses based on SOLO taxonomy. Solo theory is one of the theories of mathematical education, which has a great application in our cognition of mathematical understanding and math learning of students.

Methods: The research method is descriptive of survey type .A question of the Purdue standard questionnaire on spatial visualization has been selected which its formal and content validity has been confirmed by 3 math education professors and 4 teachers of geometry. By using the criterion of Cronbach's alpha, this approximate reliability coefficient(0.9) was obtained.The participants in this study were 498 students from the tenth , eleventh and twelfth grade students who were selected randomly in a multi-stage cluster of theoretical and technical schools in Bushehr.

Findings: The results show that in the field of visualization 59% of students in ordinary schools are in a unistructural level. In this regard, none of the technical students reached multistructural and relational levels. While analyzing responses, their thinking patterns, multiple solutions, strategies and common misconceptions have been analyzed. The results of the study are very important for the planners, the authors of the textbooks and the researchers.

Conclusion: The SOLO model helps teachers assess student learning outcomes and assess students' understanding. In order to improve students' understanding of spatial visualization and increase spatial skills, it is suggested that such issues be used in curricula and textbooks. The use of dynamic geometry and software is effective in better understanding spatial visualization, as shown by research by Demir and Ildiz. The use of the solo model is also suggested to researchers and teachers to assess students' understanding of a subject.

NUMBER OF REFERENCES	NUMBER OF FIGURES	NUMBER OF TABLES
17	9	10

مقاله پژوهشی

مطالعه عملکرد دانش آموزان دوره دوم متوسطه در حل یک تکلیف توانایی فضایی با استفاده از نظریه SOLO

سعید حق جو، ابراهیم ریحانی*

گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی، ایران

چکیده

دریافت: ۱۲ فروردین ۱۳۹۷
داوری: ۱۵ اردیبهشت ۱۳۹۷
اصلاح: ۱۲ مهر ۱۳۹۷
پذیرش: ۲۳ مهر ۱۳۹۷

واژگان کلیدی:
مدل SOLO
توانایی فضایی
اشتباهات مفهومی
یادگیری ریاضی
درک دانش آموز

*نویسنده مسئول
e_reyhani@sru.ac.ir

پیشینه و اهداف: پژوهش های اخیر ریورا وسینکلیر و دیگران، تأثیر توانایی های فضایی در دستیابی به اهداف مختلف در زمینه های متفاوت درسی و زندگی واقعی را نشان می دهند و نیاز به گسترش یادگیری آن را در تمامی سطوح تحصیلی پیشنهاد می کنند. رویکردهای سنتی گذشته به آموزش هندسه بر پایه طبقه بندی اشکال و اشیاء و خواص آن ها به طور شهودی و در نهایت اثبات رسمی متمرکز شده است. در حال حاضر تأکید بیشتر بر توانایی های فضایی مانند چرخش ذهنی، بازنمایی اشیاء سه بعدی، و هماهنگی حرکت و موقعیت می باشد. قراردادن چنین توانایی هایی در کتاب های درسی نقش بسزایی در درک دانش آموزان از مفاهیم هندسه دارد. طبقه بندی سولو (Structure of Observed Learning Outcome) یکی از کاربردی ترین نظریه ها می باشد که در زمره ی چارچوب های عمومی و موضعی رشد شناختی قرار می‌گیرد. اهمیت این نظریه در این است که می تواند در همه مقاطع و سنین، درک و فهم دانش آموزان از یک موضوع را مورد ارزیابی قرار دهد. هدف از این پژوهش، بررسی توانایی مهارت های فضایی دانش آموزان در حل یک تکلیف و تجزیه و تحلیل پاسخ های آن ها بر اساس طبقه بندی سولو است. نظریه سولو یکی از نظریه های آموزش ریاضی است که کاربرد زیادی در شناخت ما از درک و فهم دانش آموزان و یادگیری ریاضی دارد.

روش‌ها: روش پژوهش توصیفی از نوع پیمایشی می باشد. سؤالی از آزمون استاندارد پردو (Purdue) در مورد تجسم فضایی انتخاب گردیده که روایی صوری و محتوایی آن توسط سه نفر از اساتید آموزش ریاضی و چهار نفر از دبیران هندسه تأیید شده است. به کمک معیار آلفای کرونباخ، ضریب پایایی تقریبی آن به دست آمد. شرکت کنندگان در این مطالعه، ۴۹۸ نفر از دانش آموزان پایه دهم، یازدهم و دوازدهم هستند که به طور خوشه ای تصادفی چند مرحله ای، از مدارس نظری و فنی و حرفه ای شهرستان بوشهر انتخاب شده اند.

یافته‌ها: نتایج نشان می دهند که در زمینه تجسم فضایی، دانش آموزان مدارس معمولی در سطح تک ساختاری قرار دارند. در این آزمون دانش‌آموزان هنرستانی هیچ کدام به سطوح چندساختاری و رابطه ای نرسیدند. در حین بررسی پاسخ ها، نوع تفکر، راه حل های چندگانه، استراتژی ها و اشتباهات مفهومی رایج نیز تحلیل شده است.

نتیجه‌گیری: مدل سولو به معلمان در مورد ارزیابی از نتایج یادگیری و بررسی درک و فهم دانش آموزان کمک می کند. در جهت بهبود درک دانش آموزان از تجسم فضایی و افزایش مهارت های فضایی پیشنهاد می شود ارائه مسائلی از این دست در برنامه ها و کتاب های درسی نیز مورد استفاده قرار گیرد. استفاده از هندسه پویا و نرم افزارها در جهت درک بهتر تجسم فضایی همانطور که تحقیقات ازدمیر و ایلدیز نشان می دهد تأثیر گذار است. همچنین استفاده از مدل سولو به پژوهشگران و معلمان برای ارزیابی درک دانش آموزان از یک موضوع پیشنهاد می شود. نتایج مطالعه برای برنامه ریزان، مؤلفان کتاب های درسی و محققان بسیار حائز اهمیت است.

مقدمه

پژوهش های اخیر ریورا(Rivera) و سینکلیر و دیگران، تأثیر توانایی های فضایی در دستیابی به اهداف مختلف در زمینه های متفاوت درسی و زندگی واقعی را نشان می دهند و نیاز به گسترش یادگیری آن را در تمامی سطوح تحصیلی پیشنهاد می کنند [۱],[۲]. رویکردهای سنتی گذشته به آموزش هندسه بر پایه طبقه بندی اشکال و اشیاء و خواص آن ها به طور شهودی و در نهایت اثبات رسمی متمرکز شده است. در حال حاضر تأکید بیشتر بر توانایی های فضایی مانند چرخش ذهنی، بازنمایی اشیاء سه بعدی، و هماهنگی حرکت و موقعیت می باشد. قراردادن چنین توانایی هایی در کتاب های درسی نقش بسزایی در درک دانش آموزان از مفاهیم هندسه دارد [۳].

نظریه های زیادی تاکنون برای توضیح و تفسیر رشد شناختی در آموزش ریاضی مطرح شده اند. بنا به نظر تال و پگ(Tall & Pegg)، دو نوع نظریه ی رشد شناختی داریم: نظریه های رشد شناختی عمومی یا بلند مدت فرد و نظریه های رشد شناختی موضعی فرد. نظریه های عمومی، به رشد بلند مدت فرد اشاره دارند که در بسیاری مواقع با نخستین تعامل فیزیکی کودک با دنیای واقعی شروع می شوند و به تدریج که کودک بالغ می شود، از طریق ایجاد روش های جدید عمل و تفکر،

جدول ۱: نظریه عمومی رشد شناختی[4]
Table1: Global stages of cognitive development[4]

Piaget stages	Van Hiele levels (Hoffer,1981)	SOLO modes	Bruner modes
Sensori motor	I Recognition	Sensori motor	Enactive
Pre-operational	II Analysis	Iconic	Iconic
Concrete operational	III Ordering	Concrete symbolic	Symbolic
Formal operational	IV Deduction	Formal	
	V Rigour	Post-formal	

رشد می یابد؛ مانند نظریه مرحله ای پیاژه، نظریه ی توسعه ی هندسی فن هیلی ها، نظریه ی رشد بلند مدت برونر(جدول ۱)[۴].

نظریه های رشد شناختی موضعی فرد، به جنبه ی مفهومی خاصی مرتبط است که در آن، یادگیرنده تلاش می کند تا اطلاعات موجود را بفهمد و با استفاده از تمام ساختارهای شناختی در دسترس خود در آن زمان، ارتباطاتی ایجاد نماید. در یادگیری مفاهیم خاص، نظریه های فردی تفسیر خاص خود را دارند که با مفهوم مورد بحث مرتبط است. مانند نظریه عمل- فرآیند – شئ – طرحواره (APOS) دوبینسکی و نظریه توسعه ی هندسی فن‌هیلی‌ها [۴]. طبقه بندی سولو(Structure of Observed Learning Outcome) یکی از کاربردی ترین نظریه ها می باشد که در زمره ی چارچوب های عمومی و موضعی رشد شناختی قرار می‌گیرد[۵]. اهمیت این نظریه در این است که می تواند در همه مقاطع و سنین، درک و فهم دانش آموزان از یک موضوع را مورد ارزیابی قرار دهد. سولو (SOLO) را ساختار نتایج یادگیری قابل مشاهده یا ساختار نتایج مشهود یادگیری تعریف می کنیم. حال به تشریح این عبارت ها در تعریف می پردازیم:

نتایج یادگیری: حقایقی است که نشان می دهد در نهایت،دانش آموزان چه چیزی را خواهند دانست، چه چیزی مورد اهمیت قرار خواهند داد و قادر به انجام آن خواهند بود. این نتایج، هدف‌های قابل ارزیابی آموزش هستند. با تمرکز بر آن ، انتظار داریم که دانش آموزان در صورت توفیق در یادگیری به چنین چیزی برسند.

نتایج یادگیری قابل مشاهده: پاسخ هایی است که فراگیران به سؤالات ارزیابی می دهند. به منظور ارزیابی، باید موارد قابل مشاهده ی کلی را مشخص کرد، نه فعالیت ها یا تشریح جزء به جزء آن چه در ذهن دانش آموزان درونی شده است.

ساختار نتایج یادگیری قابل مشاهده: پاسخ های فراگیران را که به سؤالات ارزیابی داده اند از دو جنبه کدگذاری می کنند. یکی بر اساس نوع تفکر با استفاده از ۵ حالت رشد شناختی(حسی-حرکتی، تصویری، عینی- نمادین، صوری و فرا صوری)، توصیف می کند و جنبه دیگر، کیفیت پاسخ را درون یک حالت، با استفاده از ۵ سطح پیش ساختاری(Prestructural)، تک ساختاری (Unistructural)، چند ساختاری (Multistructural)، رابطه ای (Relational) و انتزاع تعمیم یافته (Extended abstractions) توصیف می کند. طبقه بندی سولو بر اساس تجزیه و تحلیل دقیق پاسخ های دانش آموز به سؤالات ارزیابی، بنا شده است[۶].

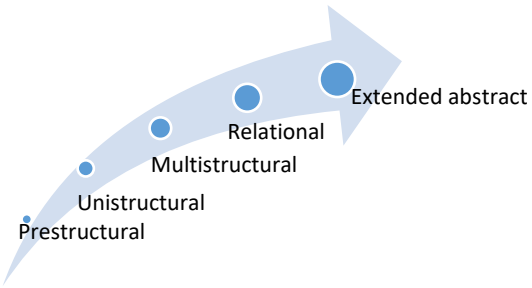
سولو در حقیقت به معنای دسته بندی نتایج یادگیری بر اساس درجه پیچیدگی آن هاست که ما را قادر به ارزیابی کار دانش آموزان بر اساس **کیفیت** آن می کند، نه بر اساس تعداد قطعات آن و حجم مطالبی که درست نوشته اند. این طبقه بندی اولین بار توسط جان بیگز و کوین کولیس(Biggs and Collis) در سال ۱۹۸۰ معرفی شد. مدل سولو ابتدا به عنوان یک مدل عمومی از رشد فکری، توصیف و بعداً تغییراتی در آن ایجاد شد[۷]. از اوایل ۱۹۸۰ این نظریه دستخوش پالایش مستمر بوده و این تحولات در کارهای بیگز و کولیس[۸] و پگ [۵] ثبت شده است. با توسعه ی نظریه سولو، بیگز و کولیس عوامل متعدد مؤثر بر یادگیری دانش آموزان از جمله: دانش قبلی و تصورات غلط، محرک ها و انگیزه های مربوط به آموزش، و فرآیندهای یادگیری در نظر گرفته شد. سولو ریشه در مراحل رشدی پیاژه و مفاهیم پردازش اطلاعات توسعه یافته در طول دهه ۱۹۷۰ دارد. همچنین نقاط اشتراک زیادی با نظریه نو پیاژه ای ها دارد. نظریه های نوپیاژه ای به صورت نظریه هایی که یافته های مربوط به توجه، حافظه و راهبردها را با بینش های پیاژه درباره ی تفکر کودکان و ساختن دانش در هم می آمیزند تعریف شده است. بنا به نظرات نوپیاژه ای ها، تغییرات رشد به توانایی کودک در پردازش و یادآوری اطلاعات وابسته است. بندورا معتقد است فرآیندهای شناختی عامل اصلی تعیین کننده ی رفتار کودکان می باشند. پیروان نظریه های نوپیاژه ای معتقدند : تغییرات تحولی به توانایی کودک در پردازش و یادآوری اطلاعات وابسته است. آنان می گویند رشد یا تحول در نتیجه ی افزایش توانایی پردازش اطلاعات رخ می دهد نه بر اثر تغییرات حاصل در ساخت های ذهنی و طرحواره ها [۱۰].

محوریت سولو بر این دیدگاه است که مراحلی طبیعی در رشد یادگیری هر مهارت یا موضوع پیچیده، وجود دارد. این مراحل با مراحل رشدی پیاژه مشابه هستند اما یکسان نیستند (جدول۲). بر خلاف روش سنتی که «چه مقدار» آموختن را مورد توجه قرار می دهند، این تجزیه و تحلیل بر این تمرکز دارد که مطالب «تا چه حد خوب» آموخته شده اند[۵]. قدرت سولو در این است که چارچوبی ارائه می دهد تا امکان ارائه تفسیری سازگار از ساختار و کیفیت پاسخ های تعداد زیادی از دانش آموزان را در محیط های گوناگون یادگیری در چندین حوزه ی موضوعی فراهم می کند (جدول۲).

چارچوب موضعی پیشنهاد شده توسط مدل سولو، شامل چرخه ای بازگشتی از سه سطح است. مرحله ی اول چرخه، **سطح تک ساختاری** پاسخ(U) اطلاق شده است و فرد بر مسئله متمرکز شده است، اما فقط از یک بخش از داده ی مرتبط استفاده می کند. سطح **چندساختاری** پاسخ(M) دومین سطح است و بر دو یا چند داده تمرکز دارد بدون آن که هیچ گونه رابطه ای بین آن ها درک شود و هیچ تلفیقی بین اجزای مختلف اطلاعات وجود داشته باشد. سطح سوم، سطح **رابطه ی** پاسخ(R) است که بر تمام داده های در دسترس متمرکز است به گونه ای که هر داده، در موزائیک کلی روابط تنیده شده است تا به کل، ساختاری منسجم بدهد. هنگامی که این سه سطح تک ساختاری، چندساختاری و

جدول ۲: توصیف حالتهای رشد شناختی در مدل سولو[۱۱]
Table 2: Description of modes in the SOLO model[11]

Sensori-motor: (soon after birth)	A person reacts to the physical environment. For the very young child it is the mode in which motor skills are acquired. These play an important part in later life as skills associated with various sports evolve.
Iconic: (from 2 years)	A person internalizes actions in the form of images. It is in this mode that the young child develops words and images that can stand for objects and events. For the adult this mode of functioning assists in the appreciation of art and music and leads to a form of knowledge referred to as intuitive.
Concrete symbolic: (from 6 or 7 years)	A person thinks through use of a symbol system such as written language and number systems. This is the most common mode addressed in learning in the upper primary and secondary school.
Formal: (from 15 or 16 years)	A person considers more abstract concepts. This can be described as working in terms of 'principles' and 'theories'. Students are no longer restricted to a concrete referent. In its more advanced form it involves the development of disciplines.
Post formal: (possibly at around 22 years)	A person is able to question or challenge the fundamental structure of theories or disciplines.



شکل ۱: طبقه بندی سولو [۶]
Fig.1: SOLO taxonomy[6]

رابطه ای با هم در نظر گرفته شوند، **چرخه ی یادگیری** UMR نامیده می شود.

این سطوح، در داخل زمینه ای وسیع تر تدوین شده اند که با یک سطح مقدم **پیش ساختاری** (پاسخ به یک مسئله ی خاص که حتی به سطح تک ساختاری نرسیده، یا یک فرآیند یا داده نادرست، یا یک راه ساده که ممکن است به یک نتیجه ی بی ربط منجر شود، حتی ممکن است فرد در مسئله شکست بخورد بنابراین هیچ خاتمه ای وجود ندارد) و یک سطح کلی **انتزاع تعمیم یافته** (که در آن، کیفیت سطح رابطه ای در داخل تصویری بزرگتر که ممکن است پایه ی چرخه ی بعدی ساخت و ساز باشد) قرار می گیرد.

(پاسخ های انتزاعی تعمیم یافته از لحاظ ساختاری شبیه پاسخ های رابطه ای هستند، اما در اینجا داده ها، مفاهیم و فرآیندها، خارج از دامنه ی دانش و تجربه ای که در سؤال مفروض است، ترسیم می شوند). بیگز و کولیس تذکر دادند که ممکن است چرخه ی UMR بر سطوح مختلف عمل کند(شکل ۱) [۶].

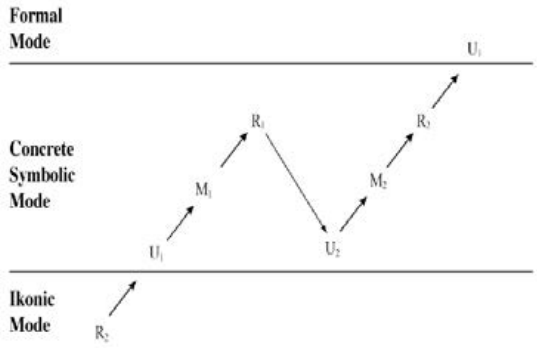
برخی ویژگی های کلیدی در شناخت سطوح سولو بدین شرح است: *تک ساختاری:* تعریف کردن- تشخیص دادن- انجام کار ساده- طریقه یک فرآیند. **چندساختاری:** توصیف کردن- فهرست کردن- انجام الگوریتم ساده- ترکیب کردن. **رابطه ای:** مقایسه کردن/ تقابل – توضیح دادن علت ها- توالی – دسته بندی کردن- تجزیه و تحلیل کردن- تشخیص جزء / کل – گزارش دادن – تناسب(همانندی) – به کار بردن(اعمال کردن)- سؤالات را فرمول بندی کردن. انتزاع تعمیم یافته: ارزیابی کردن- فرضیه بوجود آوردن- تعمیم دادن- پیش بینی کردن- خلق کردن- حدس زدن- منعکس کردن [۸].

مدل سولو به وضوح هر حالتی را درون حالت بعدی جای می دهد تا خزانه ای هر چه غنی تر از حالت های پیچیده و ظریف عملیات برای یادگیرنده قابل دسترس باشد. به عبارت دیگر، هم زمان با حالت جدید، تمام حالت های به دست آمده، برای استفاده ی مناسب، در دسترس باقی می مانند. به طور خاص در حالت هایی مانند حالت های عملیات صوری یا عینی نمادین، حالت های حسی– حرکتی و تصویری تفکر نیز برای ارائه یک دیدگاه بدیل، در دسترس دانش آموز قرار دارد[۴]. این مدل، نتایج یادگیری قابل مشاهده ی افراد، که به سؤال های مختلف در زمینه های وسیع و متنوع پاسخ می دهند را در بر می گیرد. سولو در زیر چتر جامع مدل های نوپیاژه ای قرار می گیرد. این نظریه، به جای تمرکز بر سطح تفکر یا مرحله ی بودن تحول ذهنی دانش آموزان، بر پاسخ های آنان متمرکز شده است؛ که نشان دهنده ی یک وجه تمایز اساسی بین سولو و کار پیاژه و دیگران است که در آن، تمرکز سولو بر توصیف ساختار پاسخ است، نه بر بعضی از ساخت های مراحل تحول شناختی یک فرد.

پگ [۵] و پگ و دیویی [۱۱]، با مثال هایی از حداقل دو چرخه ی UMR در حالت عینی- نمادین نشان دادند که پاسخ سطح رابطه‌ای در یک چرخه، به یک پاسخ سطح تک ساختاری در چرخه ی بعدی در درون همان حالت تبدیل شد. این مشاهده، بازنگری مجدد نظریه را بر چرخه های کوچک تر تشکیل مفهوم، درون حالت های مختلف متمرکز کرد. با استفاده از این یافته، پاسخ های بعد از پاسخ های رابطه ای، می توانند تبدیل به یک سطح تک ساختاری جدید شوند که سطح دوم یک چرخه ی UMR پیچیده تر را نمایش می دهند. این چرخه ی جدید، ممکن است به عنوان یک چرخه ی اضافی رشد در داخل همان حالت واقع شود. (شکل۲).

دانش در سطح چند ساختاری، پیچیده تر از دانش در سطح تک ساختاری است و دانش در سطح رابطه ای، پیچیده تر از دانش در سطح چند ساختاری است. روند پیشرفت مهارت ها و توانایی های فراگیران در طی سطوح سولو با اقتباس از پاتر و کاسترا [۱۲] در جدول۳ مشاهده می کنید.

هر سطح تحت نفوذ مراحل سولو، زنجیره ای از پیچیدگی و پاسخ مؤثر



شکل ۲: نمایش نموداری سطح مرتبط با حالت عینی – نمادین[۴]

Fig. 2: Diagrammatic representation of levels associated with the concrete symbolic mode[4]

جدول ۳: روند پیشرفت مهارتها و تواناییهای فراگیران در طی سطوح سولو با اقتباس از پاتر و کاسترا[۱۲]

Table3: The process of developing skills and abilities of learners through the levels of SOLO[12]

Surface learning			Deep learning	
Pre structural	Unistructural	Multistructural	Relational	Extended abstract
	Concrete facts →	→	→	Abstract ideas
	Few organizing dimensions →	→		Many organizing dimensions
	Minimal consistency →	→	→	Maximal consistency
	No use of organizing principles →	→		Complex use of organizing principles
	Low cognitive capacity →	→	→	High cognitive capacity
	No relationships →	→	→	Low need for closure
	High need for closure →	→	→	Low need for closure

به اطلاعات است. مرحله ی اول سولو واقعاً سطحی از جهل است که عملاً خارج از طبقه بندی قرار می گیرد. دو سطح بعدی (تک ساختاری و چند ساختاری)، هر دو مراحلی از درک سطحی هستند، که در آن دانش، بیشتر از نظر کمی ایجاد می شود. دو مرحله ی آخر سولو که بر کیفیت دانش تأکید دارند، نه فقط به خاطر یکپارچه سازی و ارتباط دانش، بلکه با افزایش انتزاع مشخص می شوند. چنین تغییر کیفی، می تواند از نظر شناختی به چالش کشیده شود، اما بیگز و سایر کسانی که درباره ی سولو نوشته اند، به ما تذکر داده اند که به یاد داشته باشیم، مراحل بالاتر سولو ، لزوماً «**مشکل تر**» از مراحل قبلی نیستند؛ گذشته از این که به خاطر سپردن تعداد زیادی از حقایق گسسته می تواند بسیار دشوار باشد، اما باعث سودمندی آن نمی شود. در این رابطه هتی و براون به موضوع مهمی اشاره کرده اند: «عمیق بودن با مشکل بودن یکسان نیست. شاید همین سردرگمی است که توضیح می‌دهد چرا تعداد زیادی از سؤالات طرح شده توسط معلمان، نیازی به استفاده دانش آموزان از مهارت های فکری سطح بالا ندارد بلکه در عوض، نیاز به توجه بسیار زیادی به جزئیات دارد» [۱۳].

در زمینه کاربرد نظریه سولو در ایران تحقیقات کمی صورت گرفته است و به دلیل اهمیت این نظریه و توانایی های کاربردی آن، بر آن شدیم تا اندکی این نظریه را شرح دهیم و این مطالعه صورت گیرد.

هدف از این پژوهش، تجزیه و تحلیل توانایی مهارت های فضایی دانش آموزان بر اساس طبقه بندی سولو است. طبق تعریف سوتن و ویلیام، مهارت های فضایی شامل چرخیدن اشیاء در ذهن، درک کردن این که اشیاء از مناظر مختلف چگونه به نظر می رسند، تصور کردن رابطه

جدول ۴: مقایسه بین سطوح هندسی ون هیلی و سطوح سولو[۱۵]

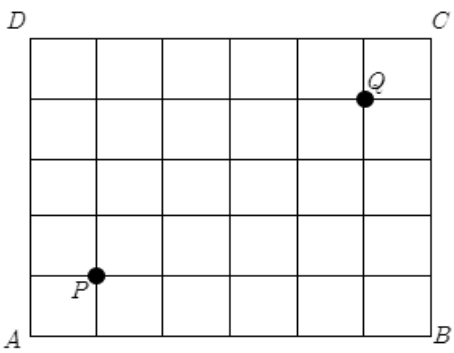
Table 4: The comparison between Van Hiele geometrical thinking levels and SOLO levels[15]

Van Hiele levels	SOLO levels
	Prestructural
Visualization	Unistructural
Analysis	Multistructural
Informal deduction	Relational
Formal deduction	Extended abstract
Rigor	

جدول ۵: توزیع فراوانی نمونه دانشآموزان شهرستان بوشهر

Table 5: Frequency distribution sample of students in Bushehr city

Grade	Number
Tenth(theoretical)	56
Eleventh(theoretical)	28
Tenth (technical)	48
Eleventh (technical)	99
Twelfth(experimental)	100
Twelfth(mathematical)	167
Total	498



تکلیف

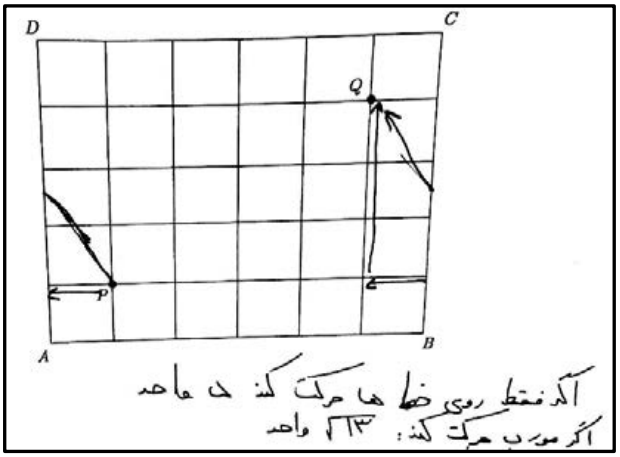
اشیاء با هم در فضا و درک و فهم شکل های سه بعدی می باشد[۱۴]. بنابراین مهارت فضایی و تفکر هندسی به هم وابسته هستند به این ترتیب که با افزایش مهارت فضایی، درک تفکر هندسی اشخاص افزایش می یابد. جورداک، در مطالعه اش از مقایسه ی بین سطوح تفکر هندسی ون هیلی و مدل سولو استفاده کرد[۱۵].

مدل سولو، سطوح پاسخ های دانش آموزان را مشخص می کرد نه سطوح خود دانش آموزان. معمولاً در تحقیقات آموزش ریاضی، ارزیابی درک هندسی را با سطوح تفکر هندسی ون هیلی ها بررسی می کنند. نظریه

جدول ۶: نتایج سطوح سولو دانشآموزان پایه دهم و یازدهم دوره دوم متوسطه دبیرستان تیزهوشان بوشهر

Table 6: The results of students' SOLO levels in the 10th and 11th grade of secondary gifted high school in Bushehr.

SOLO levels	Grade 10th	Grade 11th
Prestructural(%)	5(9%)	1(3%)
Unistructural(%)	23(41%)	7(25%)
Multistructural(%)	18(32%)	12(43%)
Relational(%)	10(18%)	8(29%)
Total	56	28



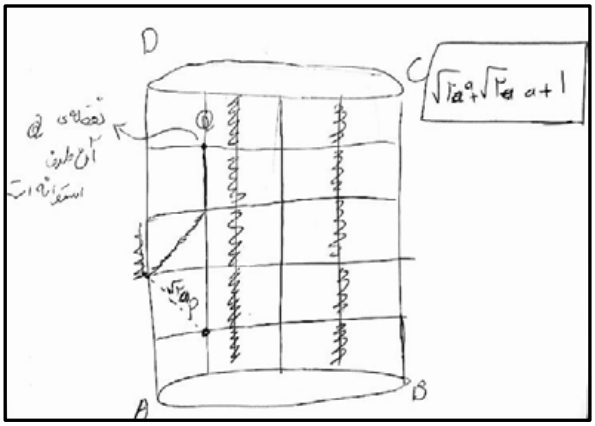
شکل ۳: نمونه پاسخ دانش آموزان پایه دهم در سطح تک ساختاری

Fig. 3: The sample of students' answer in the 10th grade at the uni structural level.

جدول ۷: نتایج سطوح سولو دانشآموزان پایه دهم و یازدهم هنرستان بوشهر

Table 7: The results of students' SOLO levels in 10th and 11th grade of Bushehr technical.

SOLO levels	Grade 10th	Grade 11th
Prestructural(%)	10(21%)	11(11.2%)
Unistructural(%)	38(79%)	88(88.8%)
Multistructural(%)		
Relational(%)		
Total	21	126



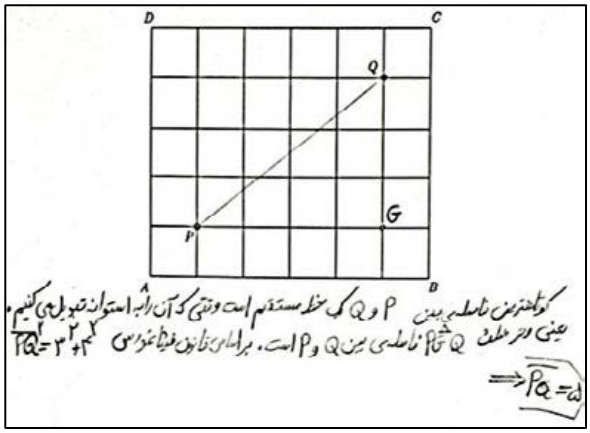
شکل ۴: نمونه پاسخ دانشآموزان پایه یازدهم در سطح تک ساختاری

Fig. 4: The sample of students' answer in 11th grade at uni structural level.

جدول ۸: نتایج سطوح سولو دانشآموزان پایه دوازدهم ریاضی و تجربی مدارس بوشهر

Table 8: The results of students' SOLO levels in the 12th grade of mathematical and experimental Bushehr schools.

SOLO levels	Grade 12th(math.)	Grade 12th(exp.)
Prestructural(%)	20(12%)	16 (16%)
Unistructural(%)	81(48%)	36(36%)
Multistructural(%)	32(19%)	30(30%)
Relational(%)	34(20%)	18(18%)
Total	167	100



شکل ۵: نمونه پاسخ دانشآموزان پایه دهم در سطح چندساختاری

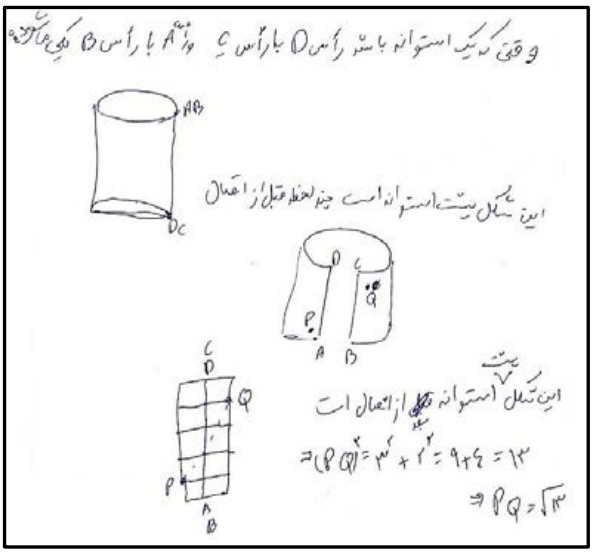
Fig. 5: The sample of students' answer in the 10th grade at the multistructural level

توسعه هندسی ون هیلی ها نیز بسیار کاربردی است و در تحقیقات آموزش ریاضی مورد استفاده قرار می گیرد. جدول۴ مقایسه بین سطوح تفکر هندسی ون هیلی و مدل سولو را نشان می دهد، توجه کنید که این دو مدل کاملاً در تناظر نیستند. مثلاً سطح پیش ساختاری، نظیری در سطوح ون هیلی و همینطور سطح دقت، نظیری در سطوح سولو ندارد. ازدمیر و ایلدیز (Ozdemir & Yildiz) در تحقیقاتشان روی دانشجو معلمان ریاضی جهت ارزیابی توانایی های فضایی آن ها با کمک تکلیف این مطالعه، دریافتند که مهارت های فضایی آن ها با افزایش مهارت استدلال افزایش می یابد[۱۵].

در این مطالعه به دنبال پاسخ به این سؤالات هستیم:۱) چگونه دانش آموزان دوره دوم متوسطه(نظری و فنی و حرفه ای) یک مسئله فضایی را درک و بررسی می کنند؟۲) چگونه با استفاده از مدل سولو، پاسخ های دانش آموزان به مسئله تکلیف فضایی مطابق سن آن ها، تحلیل و تفسیر می شود؟

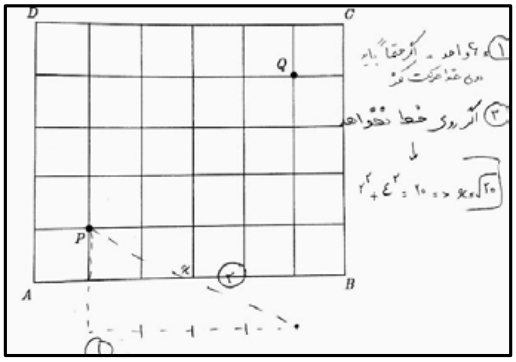
روش شناسی پژوهش

روش پژوهش در این تحقیق به صورت کیفی از نوع پیمایشی است. پرسشنامه شامل یک سؤال می باشد که از آزمون پردو اقتباس شده و در اختیار دانش آموزان قرار داده شده است. جامعه مورد نظر، دانش آموزان مقطع دوم متوسطه شاخه نظری (Theoretical) و فنی و حرفه ای(Technical) شهرستان بوشهر می باشند. شرکت کنندگان که به صورت خوشه ای تصادفی چند مرحله ای انتخاب شده اند، شامل ۴۹۸ از دانش آموزان مدارس مختلف در پایه های دهم، یازدهم و دوازدهم (چهارم)، مطابق جدول۵ می باشند. سن دانش آموزان از ۱۵ تا ۱۸ سال است و از لحاظ نوع تفکر آن ها مطابق مدل سولو در حالت صوری قرار دارند و دانش آن ها نظری است. بنابراین قابل انتظار است که قدرت تجسم انتزاعی داشته باشند. در جلسه آزمون استفاده

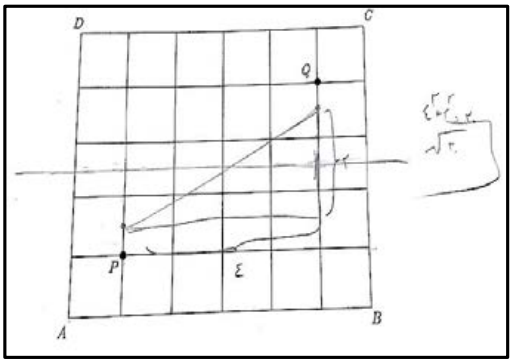


شکل ۶: نمونه پاسخ دانشآموزان پایه یازدهم در سطح چندساختاری

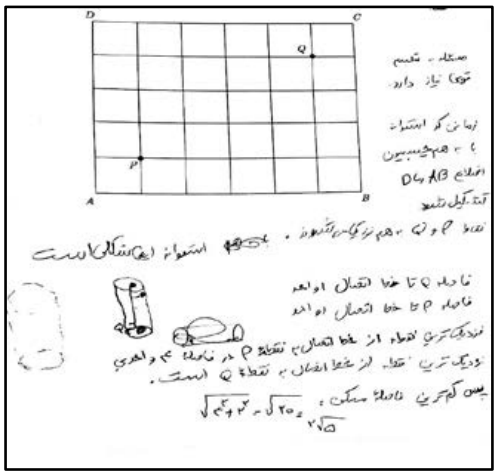
Fig. 6: The sample of students' answer in the 11th grade at the multistructural level .



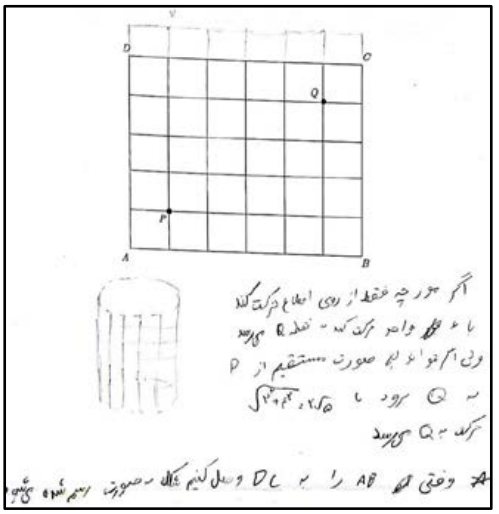
7(a)



7(b)



7(c)



7(d)

شکل ۷: نمونه پاسخ های دانش آموزان پایه دهم در سطح رابطه‌ای(a,b,c&d).

Fig. 7 : The sample of students' answers in the 10th grade at the relational level

از کاغذ، چسب و قیچی در صورت لزوم مجاز بود. تعداد قابل توجهی از دانش آموزان به کمک این ابزار و دست سازه های خود، سعی در ارائه راه حلشان داشتند.

در ابتدا پاسخ های احتمالی بررسی و کدگذاری، سپس پاسخ ها با استفاده از طبقه بندی سولو در سطوح تک ساختاری، چند ساختاری و رابطه ای و همینطور پیش ساختاری دسته بندی شده‌اند. البته پایه تحصیلی آن ها نیز در سطح بندی منظورشدند. سطوح سولو متناسب با سن دانش آموزان می تواند متفاوت باشد. محققین ابتدا متناسب با سن دانش آموزان پاسخ ها را کدگذاری نموده و سپس طبق نظریه سولو تجزیه و تحلیل کرده اند. ابزار پژوهش یک تکلیف برگرفته از آزمون تجسم فضایی پردو(Purdue) می باشد[۱۶].

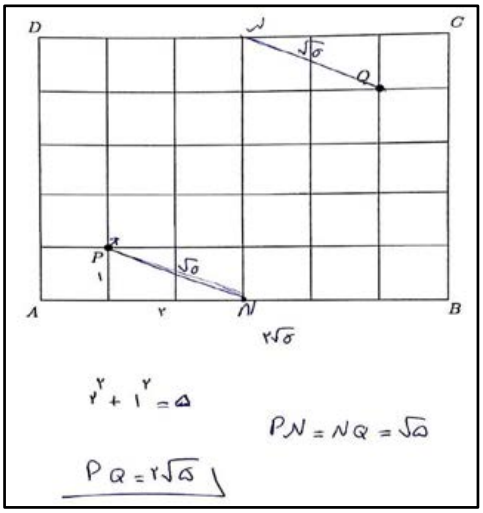
تکلیف: یک استوانه با به هم وصل کردن اضلاع AB و DC در تصویر زیر که به شکل مستطیل است و از مربع های واحد ساخته شده است، تشکیل شده است. وقتی یک مورچه در نقطه ی P از استوانه به نقطه ی Q پیش می رود. کوتاه ترین مسیر ممکن چند واحد است؟

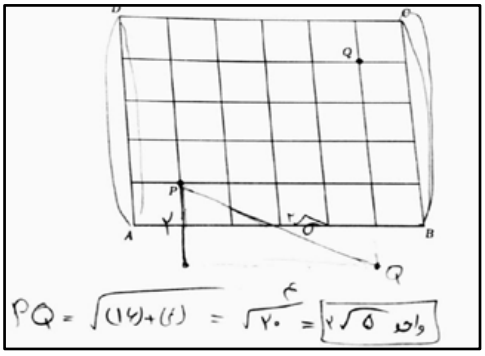
نتایج و یافته ها

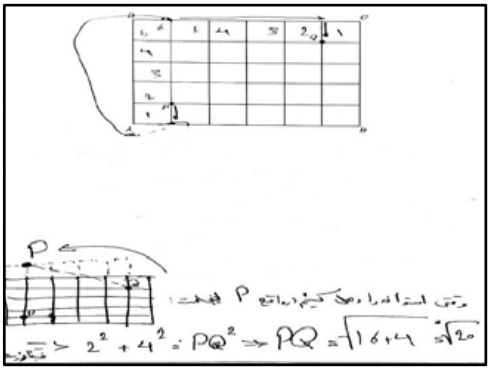
هدف از این مطالعه چگونگی درک و بررسی یک مسئله فضایی توسط دانش آموزان مقطع دوم متوسطه و تجزیه و تحلیل آن با استفاده از نظریه سولو بوده است. نتایج و یافته های پژوهش بدین شرح می باشد: سؤال توسط ۸۴ نفر از دانش آموزان پایه دهم و یازدهم دبیرستان تیزهوشان بوشهر پاسخ داده شد و نتایج در جدول۶ جمع بندی شده است. نتایج نشان می دهد تفکر فضایی دانش آموزان پایه دهم، طبق طبقه بندی سولو، اکثراً در سطح تک‌ساختاری می باشد در حالی که دانش آموزان پایه یازدهم غالباً در سطح چندساختاری قرار می گیرند؛ و این خود می تواند دلیلی بر مرحله ای بودن رشد شناختی دانش آموزان باشد. خلاقیت دانش آموزان در پاسخ به سؤالات و تفاوت استدلال دانش‌آموزان پایه دهم و یازدهم مشهود بود. به عنوان نمونه توانایی گذر از حالت ۲ بعدی به ۳ بعدی و ساخت و تجسم شکل استوانه برای دانش آموزان پایه یازدهم بیشتر مشاهده شده است. توزیع سطوح سولو (چرخه UMR) در بین دانش آموزان پایه دهم و یازدهم از نکات بارز این نمونه می باشد.

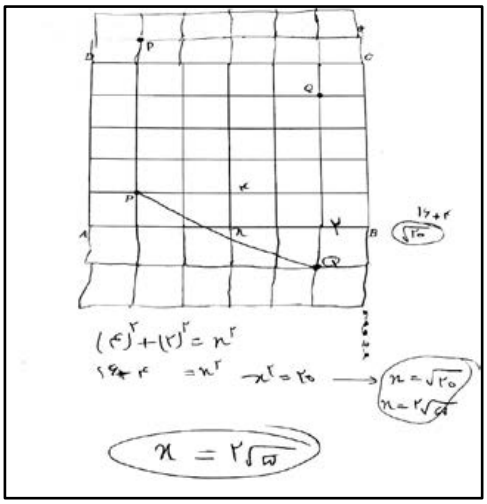
نتایج جدول۷ مربوط به دانش آموزان سال دهم و یازدهم هنرستان شهرستان بوشهر می باشد که نشان می دهد هیچ کدام ازدانش آموزان در سطح چندساختاری و رابطه ای نیستند. غالب دانش آموزان حتی تشخیص ندادند که سؤال به ساخت استوانه مرتبط است و در حالت ۲ بعدی مسئله را حل نمودند. حتی از رابطه فیثاغورث نیز در حل مسئله استفاده نکردند.

جدول۸ نتایج ۲۶۷ نفر از دانش آموزان سال چهارم تجربی و ریاضی (پایه دوازدهم)دبیرستان های شهرستان بوشهر می باشد و نشان می دهد اکثر دانش آموزان سال چهارم مدارس عادی در سطح تک ساختاری سولو هستند. غالب دانش آموزان سال چهارم رابطه فیثاغورث را به عنوان استراتژی حل این مسئله فقط در حالت ۲ بعدی انتخاب کرده اند. در جهت پاسخ به سؤال اول و دوم پژوهش که چگونه دانش آموزان یک مسئله فضایی را درک می کنند و چگونه با استفاده از مدل سولو،


8(a)


8(b)

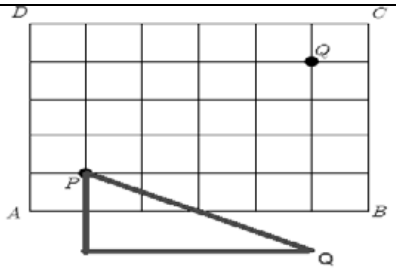
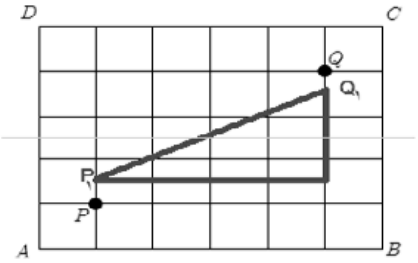
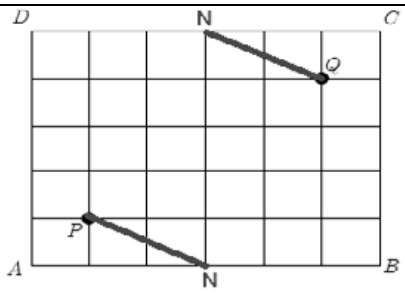
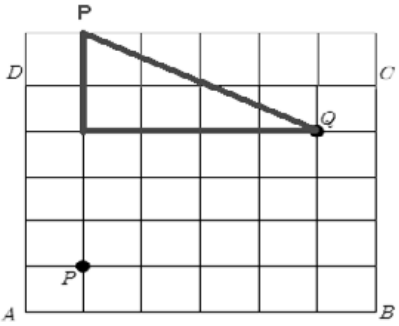
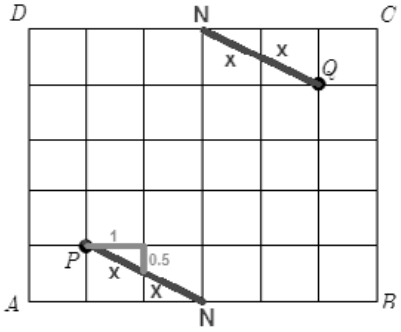

8(c)


8(d)

شکل ۸: نمونه پاسخهای دانشآموزان پایه یازدهم در سطح رابطه‌ای (a,b,c&d).

Fig. 8: The sample of students' answers in the 11th grade at the relational level. (a,b,c&d)

جدول ۹: استراتژیهای دانش آموزان
Table 9: Students' strategies

توضیح(Description)	استراتژی‌ها (Strategies)
	➢ The students added a row at the bottom of the original shape and applied the Pythagoras' theorem.
	➢ The students drew the axis of symmetry and then transferred points half-unit and then used Pythagoras' theorem.
	➢ The students used the helping point to transform shapes from 3d to 2d with creativity, then applied the Pythagoras' theorem, $PQ = PN + NQ = \sqrt{1^2 + 2^2} + \sqrt{1^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.
	➢ The students added a row above the main shape and moved P to the top of the shape and then used Pythagoras' theorem.
	➢ The students made the cylinder and connected P to N and N to Q, by using the similarity and Pythagoras' theorem , $x = \sqrt{1.25}$, and so $PQ = 4\sqrt{1.25}$.

پاسخ های دانش آموزان تحلیل و تفسیر می شود، ابتدا نمونه پاسخ های درست، سپس استراتژی های غالب و در نهایت بدفهمی‌های آنان بررسی شده است.

اول برخی از پاسخ های دانش آموزان در سطوح مختلف سولو به همراه تحلیل پاسخ ها برای نمونه ارائه شده اند. پاسخ های بیشتر در پیوست آمده است.

شکل۳ نشان می دهد که دانش آموز فقط یک جنبه از سؤال را در نظر گرفته است و به هر طریقی ولی با روشی سریع (فیثاغورث) به جواب رسیده است. دانش آموز به جنبه ی فضایی شکل توجه نکرده و یا کم توجه نموده است.

شکل۴، پاسخ دانش آموز پایه ی یازدهمی را نشان می دهد؛ هر چند به جنبه ی فضایی شکل توجه کرده است ولی درست مسئله را درک نکرده و علاوه بر این که استوانه را نادرست ساخته است، فاصله ی بین دو نقطه و واحد ها را نیز اشتباه محاسبه کرده است. دانش آموز تأکید کرده که نقطه ی Q پس از ساختن استوانه آن طرف استوانه واقع شده است، لذا با یک حرکت قطری $\sqrt{2}a$ به مرز و با $\sqrt{2}a$ قطری دیگر به پشت استوانه برسیم، سپس با یک واحد به سمت بالا به Q رسیده است. پاسخ این دانش آموز در پایه ی دهم در سطح چندساختاری قرار می گرفت.

شکل۵ ، پاسخ دانش آموز کلاس دهمی در سطح چندساختاری را نشان می دهد. دانش آموز به جنبه ی فضایی توجه کرده است ولی صورت مسئله را درست درک نکرده و در عین حال از فیثاغورث به طور مناسب استفاده کرده است. دانش آموز ضلع AD را به ضلع BC وصل کرده است سپس از P به Q خط مستقیمی رسم نموده است و با توجه به اضلاع مثلث قائم الزاویه که ۲ و۳ هستند و قضیه فیثاغورث به پاسخ $PQ=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ رسیده است.

شکل۶، پاسخ دانش آموز سال یازدهمی در سطح چند ساختاری را نشان می دهد. دانش آموز به جنبه ی فضایی توجه نموده و در عین حال سعی کرده است به ما نشان دهد که آن طرف استوانه به چه صورت است ولی استوانه را نادرست ساخته است. هر چند پاسخ دانش آموز سال دهمی و یازدهمی یکسان است اما از لحاظ توانایی درک فضایی می توان تفاوت آن ها را مشاهده کرد.

شکل۷ پاسخ دانش آموزان سال دهم در سطح رابطه ای را نشان می دهد. علاوه بر خلاقیت دانش آموزان سال دهم در پاسخ به سؤال، راه حل های چندگانه آنان را نیز می توان مشاهده کرد. در شکل۷ (a)، دانش آموز به ما نشان داده که ضلع AB وقتی به ضلع DC وصل می شود و شکل سه بعدی استوانه ساخته شده است، می توان دوباره شکل را مناسب گسترده کرد و به ۲ بعدی تبدیل نمود. این کار مانند این است که یک سطر به پایین ضلع AB اضافه کنیم و نقطه Q را به پایین انتقال داده و در مثلث قائم الزاویه با اضلاع ۲ و ۴ و با استفاده از رابطه فیثاغورث به عدد $PQ=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}$ رسید.

در شکل ۷ (b)، دانش آموز ابتکار دیگری در حل مسئله به کار برده است، با رسم خط تقارن شکل را به دو نیمه تقسیم کرده و نقاط نیم واحد انتقال پیدا کرده اند. سپس با استفاده از فیثاغورث به جواب درست رسیده است. راه حل های چندگانه در این مسئله، ظرفیت بالای آن را نشان می دهد. شکل۷ (c)، دانش آموز به نیاز به تجسم قوی تأکید کرده است و با ساختن استوانه سعی کرده است به ما نشان دهد که پس از اتصال اضلاع شکل به چه صورت است و در نهایت به پاسخ صحیح رسیده است. شکل۷ (d)، نیز استراتژی شبیه شکل۷ (a)، دارد ولی این بار یک ضلع به بالای مستطیل اضافه کرده است. شبکه ای کردن استوانه برای درک بهتر مسئله و توضیحات کلامی و رسم شکل به همراه استراتژی ها، نشان از تلاش دانش آموز برای درک هر چه بهتر مسئله و سعی در انتقال آن چه فهمیده است به ما دارد.

شکل ۸ قسمت های» a، b، c و d» پاسخ دانش آموزان سال یازدهم در سطح رابطه ای را نشان می دهند. راه حل های خلاقانه برای این مسئله در پاسخ دانش آموزان می توان مشاهده کرد. اضافه کردن دو سطر به پایین شکل اصلی و یا با درک حرکت مورچه به طور اریب روی شکل اصلی از راه های متمایز دانش آموزان این سطح در پایه یازدهم بودند. در شکل۸ (a) دانش آموز علاوه بر این که راه حلی خلاقانه نسبت به بقیه ارائه داده بود، سعی داشت بدون ترسیم شکل سه بعدی استوانه و با رسم دو خط اریب به ما نشان دهد که در سطح فکری او این مسئله بسیار ساده است و شاید بتوان آن را در سطح انتزاع تعمیم یافته از لحاظ سولو قرار داد. این که برخی از پاسخ ها ممکن است در بین دو سطح سولو قرار گیرند طبیعی است و این سطوح ممکن است با هم تداخل نیز داشته باشند. **در** شکل ۸ قسمتb دانش آموز با ترسیم دو دایره در انتهای مستطیل، نشان داده که شکل سه بعدی رسم شده است و با انتقال نقطه Q به پایین و استفاده از قضیه فیثاغورث به پاسخ صحیح رسیده است. استراتژی حل آن شبیه دانش آموزان پایه دهم است ولی از لحاظ درک مسئله در سطحی بالاتر قرار داشتند.

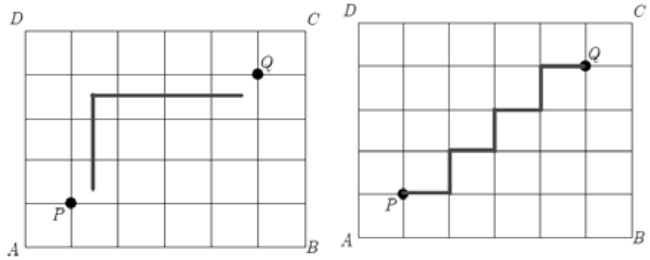
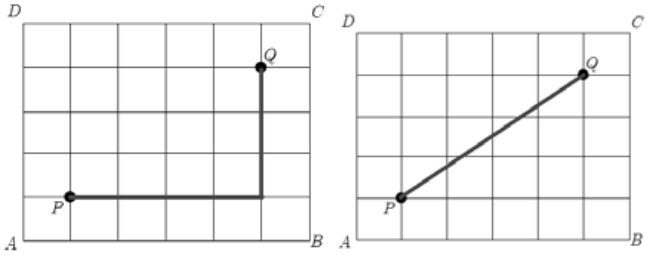
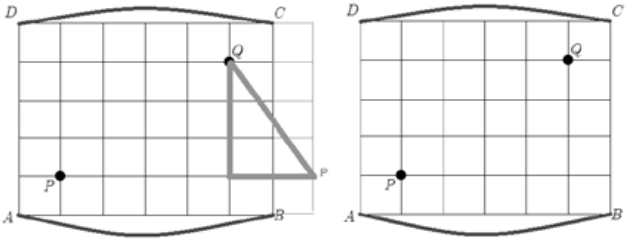
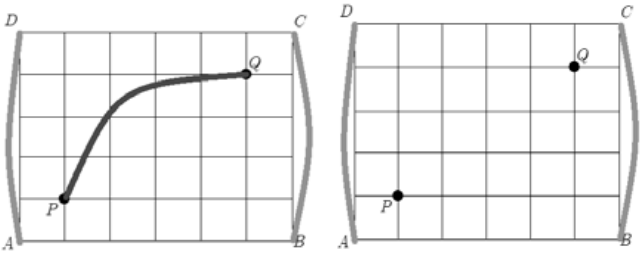
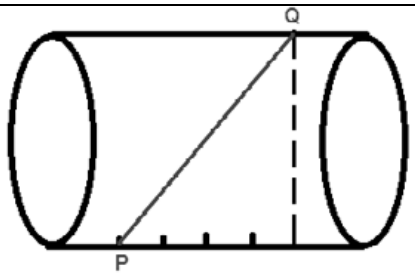
در شکل ۸ قسمت c ، دانش آموز با شماره گذاری مربع ها، موقعیت نقطه ی P را پس از تشکیل استوانه مشخص کرده و از فیثاغورث کمک گرفته است.

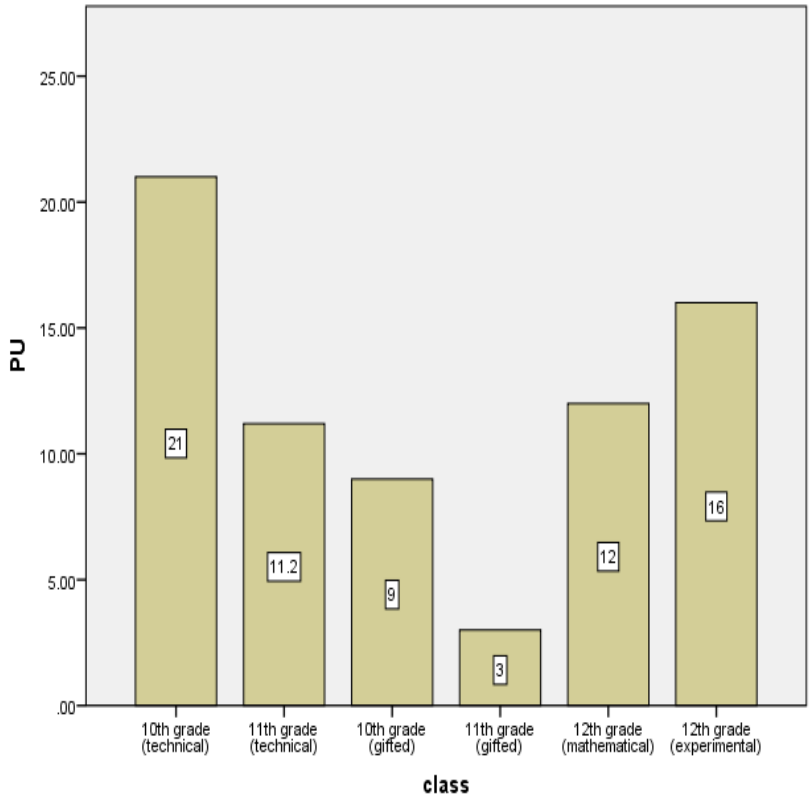
در شکل ۸ قسمت d، دانش آموز با افزودن دو سطر در پایین شکل اصلی و دو سطر در بالای شکل و تعیین موقعیت نقاط P و Q پس از تشکیل استوانه، به کمک رابطه فیثاغورث به جواب رسیده است.

مطابق نظریه سولو که پاسخ ها را از جنبه نوع تفکر نیز در حالات رشد شناختی در نظر می گیرد، با توجه به سن دانش آموزان که بین ۱۵ تا ۱۸ سال هستند، آن ها در مرحله صوری قرار دارند. در این مرحله، شخص مفاهیم انتزاعی را مورد ملاحظه قرار می دهد. این امر می تواند بر حسب کار با **اصول** و **نظریه ها** توصیف شود. در این حالت، دانش آموزان دیگر تنها به ارجاعات عینی محدود نیستند. در شکل پیشرفته تر آن، این حالت ها، شامل ایجاد و توسعه ی دیسیپلین ها می شود. این حالت را «**دانش نظری**» نامند (مرتبط با سازه های انتزاعی است که محدود به منبعی در دنیای واقعی نیستند).

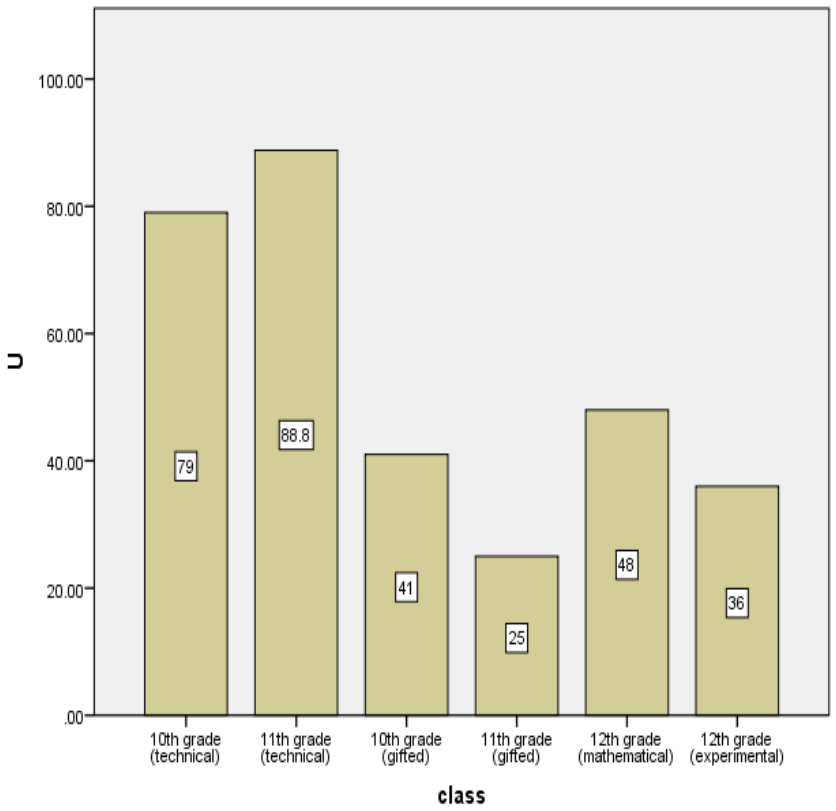
در پیوست راه حل های بیشتری از دانش آموزان ارائه شده است. در ضمن بررسی راه حل های دانش آموزان، استراتژی های غالب و اشتباهات رایج آن ها نیز که عموماً استفاده می کردند، مورد تحلیل قرار

جدول ۱۰: بدفهمی های دانش آموزان
Table 10: Misconceptions of students

بدفهمی‌ها(Misconceptions)	توضیح(Description)
➢ The students didn't understand the problem (unit concept - the concept of the path-the shortest path): the student moved through the grid lines and chose the short path, an other student took the unit square and chose the shortest path.	
➢ The students solved the question in 2-D dimensions and they didn't pay attention to the 3-dimensions of the problem: the students had chosen direct movement this is higher than the previous stage.	
➢ The students considered the 3 dimensions of the shape, but they made the cylinder incorrect: the student has formed the cylinder incorrectly; some of them continued to find (in spite of the wrong shape of the cylinder) the correct solution, but often failed to answer.	
➢ They formulated the cylinder correctly but didn't have the right strategy: the student was looking for the curve length calculation, while this isn't in the field of his knowledge.	
➢ The shape of the cylinder was correct, but according to the shape they assumed that the ant initially moves 4 units to the right and then flies directly to reach Q. $P = 2\pi r = 5 \rightarrow 2r = \frac{5}{3}$ $(\frac{5}{3})^2 + 4^2 = \lvert PQ \rvert^2 \rightarrow PQ = \sqrt{(\frac{5}{3})^2 + 4^2}$ $PQ \doteq \sqrt{18.25} \doteq 4.27$	



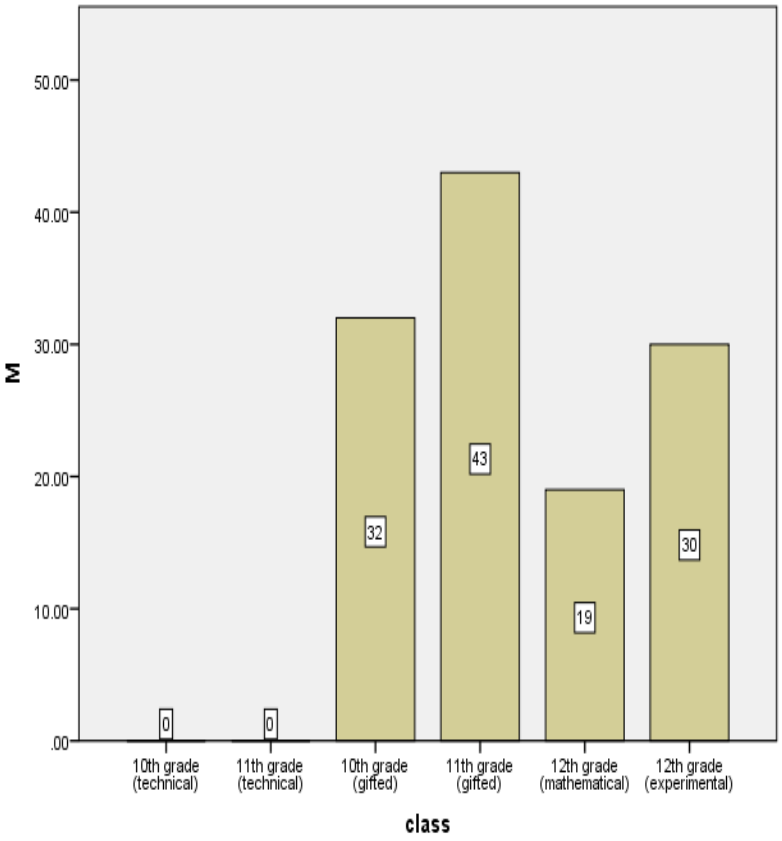
9(a)



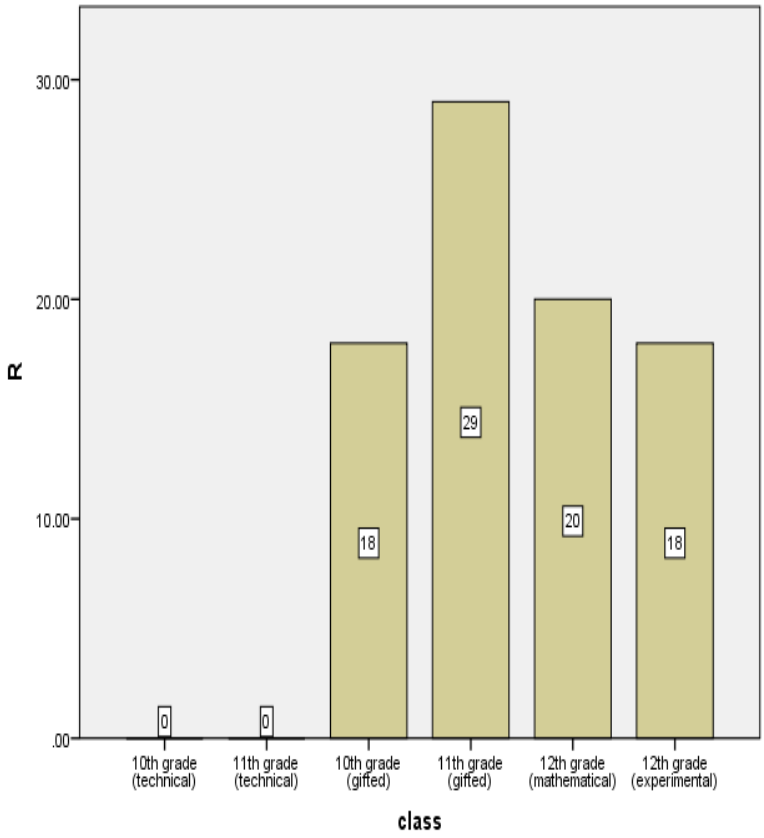
9(b)

شکل ۹: مقایسه سطوح سوال و پاسخ‌های دانش آموزان (a، b، c،d)(٪)

Fig. 9: Comparison of Solo levels students' responses (a, b, c, d)(%)



9(c)



9(d)

ادامه شکل ۹: مقایسه سطوح سوال و پاسخهای دانش آموزان (a، b، c،d)(٪)

Continued Fig. 9: Comparison of Solo levels students' responses (a, b, c, d)(%)

دادیم که خلاصه آن در جدول های ۹ و ۱۰ آورده شده است.

مقایسه سطوح سولو دانش آموزان در یک نگاه

در شکل۹ ، درصد سطوح سولو دانش آموزان مدارس شهرستان بوشهر با توجه به پرسش دوم تحقیق در این تکلیف با هم مقایسه شده اند.

شکل۹ نشان می دهد که بیش ترین درصد دانش آموزان در سطح پیش ساختاری مربوط به پایه دهم هنرستان؛ در سطح تک ساختاری، چندساختاری و رابطه ای، پایه یازدهم تیزهوشان می باشد.

بحث و نتیجه گیری

هدف این پژوهش، مطالعه عملکرد دانش آموزان دوره دوم متوسطه در حل یک تکلیف توانایی فضایی با استفاده از نظریه SOLO است. تجزیه و تحلیل داده ها حاکی از آن است که بخش عمده ای از دانش آموزان در سطح تک ساختاری سولو قرار دارند. نتایج نشان می دهند که در زمینه تجسم فضایی ۱۴,۴ درصد دانش آموزان مدارس عادی در سطح پیش ساختاری،۵۹ درصد در سطح تک ساختاری، ۱۵ درصد در سطح چندساختاری و ۱۲ درصد در سطح رابطه ای قرار دارند. همچنین بررسی ها بر این نکته تأکید دارند که گذر از موقعیت ۲ بعدی به ۳ بعدی برای بسیاری ازدانش آموزان به راحتی صورت نمی گیرد و نیاز به آموزش بیشتری حس می شود.

همچنین هیچ کدام از دانش آموزان هنرستانی شرکت کننده در این پژوهش در سطح چندساختاری و رابطه ای قرار ندارند. ۷۹ درصد دانش آموزان هنرستانی پایه دهم و ۸۸,۸ درصد آن ها در پایه یازدهم در سطح تک ساختاری هستند. این یافته می تواند برای برنامه ریزان و مؤلفین کتاب های درسی در این بخش هشداری تلقی شود؛ به نظر می رسد نیاز به راه کاری نو در کتاب های درسی برای افزایش توانایی درک فضایی این دانش آموزان ضروری می باشد. توزیع تقریباً یکنواخت فراوانی ها در سطوح مختلف سولو در دبیرستان تیزهوشان بیشتر مشهود بود. در مجموع دانش آموزان سال دهم، ٪۴۱ تک ساختاری، ٪۳۲ چندساختاری و ٪۱۸ رابطه ای هستند و همچنین دانش آموزان سال یازدهم، ٪۲۵ تک ساختاری، ٪۴۳ چندساختاری و ٪۲۹ در سطح رابطه ای قرار دارند. یافته ها نشان از درک مرحله ای رشد دانش آموزان در تجسم فضایی دارد. این نکته در بررسی پاسخ های دانش آموزان مشهود است و بیشتر مؤید نظریات نوپیاژه ای ها است. برخی از بدفهمی‌های رایج دانش آموزان در حل این سؤال نیز تحلیل گردید. تجزیه و تحلیل آزمون تجسم فضایی، دست آوردهای دیگری نیز به ما ارائه می دهد.

تولید راه حل های چندگانه، آشکار شدن لایه های پنهان حل مسئله، خلاقیت در فرآیند حل مسئله، تصمیم سازی و طرح مسئله، نیز در حین بررسی پاسخ های دانش آموزان از یافته های دیگری است که پرداختن و تحقیق در مورد چگونگی ارتباط آن ها با توانایی فضایی مستلزم تحقیقات مستقل در این زمینه است. در هر حال مدل سولو به معلمان در مورد ارزیابی از نتایج یادگیری و بررسی درک و فهم دانش آموزان کمک می کند. در جهت بهبود درک دانش آموزان از تجسم فضایی و افزایش مهارت های فضایی پیشنهاد می شود ارائه مسائلی از این دست در برنامه ها و کتاب های درسی نیز مورد استفاده قرار گیرد. استفاده از هندسه پویا و نرم افزارها در جهت درک بهتر تجسم فضایی همانطور که تحقیقات ازدمیر و ایلدیز [۱۷] نشان می دهد تأثیر گذار است. همچنین استفاده از مدل سولو به پژوهشگران و معلمان برای ارزیابی درک دانش آموزان از یک موضوع پیشنهاد می شود.

پی نوشت

SOLO :Structure of Observed Learning Outcome

ساختار نتایج مشهود یادگیری یا ساختار نتایج یادگیری مشاهده شده

مشارکت نویسندگان

تمام نویسندگان به نسبت سهم برابر در این پژوهش مشارکت داشتند.

تشکر و قدردانی

از تمام کسانی که ما را در انجام این پژوهش یاری رساندند تشکر و قدردانی داریم.

تعارض و منافع

«هیچ گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.»

منابع و مآخذ

[1] Rivera FD. *Towards a visually-oriented school mathematics curriculum*. Dordrecht: Springer; 2011.

[2] Sinclair N, Bartolini Bussi MG, de Villiers M, Jones K, Kortenkamp U, Leung A, Owens K. *Recent research on geometry education. ZDM Mathematics Education*. 2016; 40: 691–719.

[3] Newcombe NS, Uttal DH, Sauter M. Spatial development. In P. D. Zelazo (Ed.), *Oxford handbook of developmental psychology* (pp. 564–590). New York: Oxford University Press; 2013.

[4] Pegg J, Tall D. The fundamental cycle of concept construction underlying various theoretical frameworks. ZDM. 2005; 37(6): 468-475.

[5] Pegg J. Assessing students' understanding at the primary and secondary level in the mathematical sciences. *Reshaping assessment practice: Assessment in the mathematical sciences under challenge*. 368-385; 1992.

[6] Biggs J, Collis KF. SOLO taxonomy. *Education News*. 1980; 17(5): 19-23.

[7] Chick H. Cognition in the formal modes: Research mathematics and the SOLO taxonomy. *Mathematics Education Research Journal*. 1998; 10(2): 4-26.

[8] Biggs JB, Collis KF. *Multimodal learning and the quality of intelligent behavior*. Intelligence: Reconceptualization and measurement. 57-76; 1991.

Design. International Association of Societies of Design Research, Hong Kong, China; 2007.

[14] Jurdak M. Van Hiele levels and the SOLO taxonomy. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* 1991; 22(1): 57-60.

[15] Özdemir AŞ, Yildiz SG. The examination of elementary mathematics pre-service teachers' spatial abilities. *Procedia-Social and Behavioral Sciences.* 2015; 174: 594-601.

[16] Wongyai P, Kamol N. *A framework in characterizing lower secondary school students' algebraic thinking*; 2012.

[17] Guay R, McDaniel E, Angelo S. *Analytic factor confounding spatial ability measurement.* Paper presented at the annual meeting of the American Psychological Association, Toronto, August; 1978.

[9] Saif AA. *Educational Psychology (Psychology of Learning and Education)*. Tehran. Agah Pub; 2015. Persian.

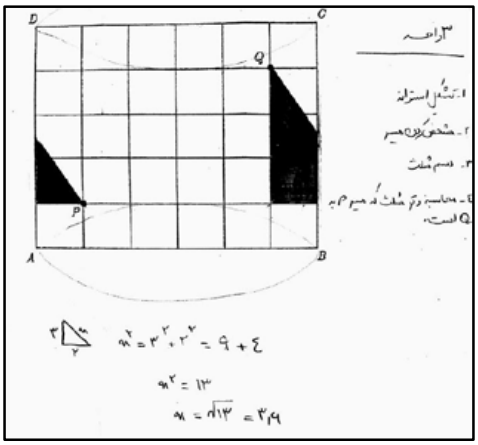
[10] Pegg J, Davey G. Interpreting student understanding in geometry: A synthesis of two models. In R. Lehrer & D. Chazen (Ed.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp.109-135). NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah; 1998.

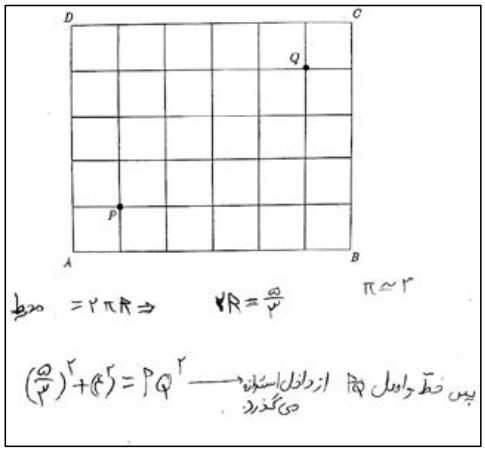
[11] Potter MK, Kustra E. *A primer on learning outcomes and the SOLO taxonomy*. Centre for Teaching and Learning, University of Windsor; 2012.

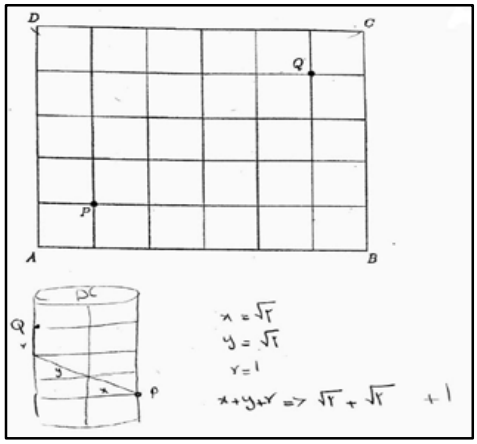
[12] Attie JAC, Brown GTL. *Cognitive Processes in as TTle: The SOLO Taxonomy.* AsTTle Technical Report 43, University of Auckland, Ministry of Education*; 2004.*

[13] Sutton KJ, Williams AP. *Spatial Cognition and its Implications for*

پیوست







Citation: (Vancoure): **Hagh joo** S, Reyhani E. [A study on performance of secondary school students in solving a spatial ability task based on SOLO theory]. *Tech. Edu. J.* 2019; 13(3): 484-498.

http://dx.doi.org/10.22061/jte.2018.3687.1918

COPYRIGHTS

©2019 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.