یک شیوه الگوریتمی برای ایجاد فهم عمیق از ریاضیات با استفاده از روش مباحثه درسی

صادق رحیمی شعرباف

چکیده: در این مقاله با استفاده از روش تحقیق ترکیبی (کمّی و کیفی)، موضوع ریاضیات مفهومی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. طرح موضوع به صورت یک شیوه الگوریتمی برای ایجاد فهم عمیق از مفاهیم ریاضی می باشد که مراحل الگوریتم برای مفهوم ریاضی مشتق ارائه شده است. در رابطه با پیاده سازی روش الگوریتمی فوق، شیوه آموزش مباحثه‌ای مبتنی بر دریافت‌های تجربی پژوهشگر از محیط‌های آموزشی، پیشنهاد شده و در این رابطه نحوه بکارگیری شیوه آموزش مباحثه‌ای در آموزش مفهوم تابع بیان شده است. نتایج پژوهش درمورد اثر بخش بودن روش مباحثه درسی، در مسأله یاددهی- یادگیری ریاضیات مفهومی، با استفاده از نتایج تحقیق انجام شده در دانشگاه صنعتی شاهرود ارائه گردیده است.

کلمات کلیدی: ریاضیات مفهومی، شیوه الگوریتمی آموزش، روش مباحثه‌ای ریاضی

1- مقدمه

یکی از سؤالات اساسی در حوزه ریاضیات، مسأله یاددهی- یادگیری ریاضیات است. این موضوع در رشته‌ای به‌نام آموزش ریاضی مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد. آموزش ریاضی در دهه 1960 میلادی به عنوان یک رشته تحصیلی و حوزه معرفتی مستقل به طور رسمی موجودیت پیدا کرد. یاددهی و یادگیری ریاضی، وقتی اتفاق می‌افتد که مفاهیم ریاضی درست درک شوند. بنابراین می‌توان گفت که موضوع آموزش ریاضی شامل همه مباحثی است که در آن، فرایند یاددهی- یادگیری ریاضی به گونه‌ای انجام پذیرد تا شرایط درک عمیق از ریاضی را فراهم نماید. زهرا گویا در مقاله «آموزش ریاضی چیست؟» به نقل از شونفلد می‌نویسد: «به طور خلاصه آموزش ریاضی یعنی هر آنچه که مربوط به آموزش و یادگیری ریاضی می‌شود. در واقع بحث‌های مؤثر در آموزش ریاضی را می‌توان برنامه درسی ریاضی و چگونگی تدریس و یادگیری ریاضی مطرح نمود که هر دو عنوان، طبیعت ریاضی، محتوا، فرآیند یاددهی– یادگیری، تفاوت‌های فردی در یادگیری، ماهیت دانش ریاضی و بسیاری مباحث دیگر را در بر می‌گیرند.» [1] توجه به ماهیت ریاضیات یکی از مسائل مهم در آموزش ریاضی است. در این رابطه کورانت در پیشگفتار کتاب «ریاضیات چیست؟»، عدم درک جوهر واقعی ریاضیات را از جمله چالش‌های موجود در ارائه و فهم علوم ریاضی می‌داند و می‌نویسد: «اکنون بیش از هر زمانی خطر یأس و سرخوردگی در ریاضیات وجود دارد؛ مگر آنکه محصلان و مدرسان سعی کنند به ماورای فرمول‌ها و محاسبات ریاضی بنگرند و جوهر واقعی ریاضیات را درک کنند.»، همچنین نامبرده معتقد است که «تدریس ریاضیات گاهی به سطح آموزشی بی محتوا برای حل مسأله تنزیل کرده است، آموزشی که ممکن است توانایی شخص را در عملیات صوری افزایش دهد ولی او را به فهم واقعی ریاضیات یا استقلال فکری بیشتر رهنمون نمی‌سازد.»[2] همچنین مرحوم مصاحب در کتاب مقدمه کتاب آنالیز ریاضی در این رابطه می‌نویسد: «از ارکان اصلی ریاضیات تعریفات و استدلال‌های ریاضی است و مسأله حل کردن فرع است» [3]. در هر صورت یکی از دغدغه‌های اصلی در بحث آموزش ریاضی، نحوه ایجاد فهم درست و عمیق از مفاهیم

تاریخ دریافت مقاله 91/01/28 ، تاریخ تصویب نهایی 91/04/19

استادیار، دانشکده علوم پایه، دانشگاه صنعتی شاهرود،

پست الکترونیکی: srahimi @shahroodut.ac.ir

ریاضی است. در این مقاله با استفاده از روش تحقیق ترکیبی (کمی و کیفی)، موضوع ریاضیات مفهومی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. طرح موضوع مبتنی بر دریافت های تجربی پژوهشگر از محیط های آموزشی است. در این رابطه مفهوم مشتق به صورت یک شیوه الگوریتمی ارائه شده است. همچنین نحوه بکارگیری شیوه آموزش مباحثه‌ای در ایجاد فهم عمیق از ریاضیات، با آموزش مفهوم تابع بیان شده است. دریافت های تجربی پژوهشگر نشان می دهد که فهم عمیق از ریاضیات از دو ناحیه امکان‌پذیر می‌باشد. یکی از ناحیه تلاش فردی است که می‌تواند باعث ایجاد درک عمیق ریاضی خوان از مفاهیم ریاضی شود که آنرا در غالب یک شیوه الگوریتمی ارائه نموده و دیگری مربوط به شیوه آموزشی مباحثه‌ای ریاضی است که معلمین می توانند از آن استفاده نمایند. این روش می‌تواند به صورت یک الگوی مناسب، به ایجاد فهم دقیق‌تر ریاضی کمک نماید. در این الگو نیز هم دانش‌آموز و هم معلم هر دو، در ایجاد این فهم عمیق مشارکت می‌نمایند. مؤلف بحث کلی در مورد نحوه بکارگیری روش آموزشی مباحثه‌ای را در مقاله‌ای مستقل در فصلنامه «فناوری آموزش» دانشگاه شهید رجایی به چاپ رسانده است[4].

تشریح ریاضیات مفهومی: منظور از ریاضیات مفهومی، نحوه تلاش در ایجاد فهم عمیق از تعاریف، قضایا و ساختارهای ریاضی است. به عبارت دیگر ریاضیات مفهومی به معنی فهم عمیق از مفاهیم ریاضی است. بعضی از کارشناسان، ریاضیات را به ریاضی مجرد و ریاضی تجسم یافته تقسیم کرده‌اند. آنها معتقدند که ریاضیات مجرد برای دانش‌آموزان قابل درک نمی‌باشد و برای آنها باید ریاضیات تجسم یافته را ارائه داد. ریاضیات تجسم یافته متشکل از همان مفاهیم ریاضی مجرد است که در زمینه‌های واقعی در اشیای واقعی تجسم یافته است. مثلاً عدد 2 ریاضی مجرد، به صورت دو شیئ تجسم می‌یابد. روش اساسی فهم مفاهیم ریاضی در مدرسه همین دیدن مفاهیم ریاضی مجرد در بسترهای واقعی است [5]. البته این مسأله در ریاضیات دانشگاهی متفاوت است. قبل از ورود به بحث اصلی، برای بیان اهمیت درک مفاهیم در ریاضیات، حکایتی ساده ولی پر معنا را به شرح ذیل نقل می‌نماییم.

«شخصی می‌گفت من انتگرال‌گیری را می‌دانم. پرسیدم چگونه است؟ با آهنگی مضحک گفت ! «یکی به توان اضافه کن و توان را به مخرج ببر» بی اختیار به یاد داستانی افتادم که هوشیاری حکایت می‌کرد که ... زید را به کارگاه آهنگری فرستادند، تا آهنگری بیاموزد. یک روز رفت و دیگر نرفت. آهنگر شاگردش را به خانه زید فرستاد تا علت غیبت را جویا شود. مادر زید به شاگرد آهنگر گفت ، زید می‌گوید: «آهنگری به یک روز آموختم، ... آهن را در کوره می‌نهند، سرخ که شد بیرون می‌آورند، اکنون اگر بخواهند بیل بسازند بر آن می‌کوبند تا پهن شود و اگر بخواهند ... الی آخر.» شاگرد به دکان برگشت و به استاد گفت: « زید خودش که آهنگری یاد گرفته است هیچ، به مادرش هم یاد داده است.»، نه جانم ... «ریاضیات فقط آموختن روش‌ها نیست؛ بلکه درک مفاهیم هم هست»[6].

بررسی چگونگی ایجاد فهم عمیق از ریاضیات: نکته اصلی در رابطه با ریاضیات مفهومی، گذر از مرحله آموزش سطحی و طوطی‌وار ریاضیات به سمت آموزش مفهومی ریاضیات است. برای این منظور معلم باید تمام دانش و ابزار را برای فهماندن به کار گیرد و دانش‌آموز هم باید تمام همت خود را مصروف فهمیدن نماید. جنبه های مختلف این موضوع در رشته آموزش ریاضی مورد بحث و بررسی قرار می گیرد. مثلا ریحانی به استناد دیدگاه شلمن می‌گوید: «شلمن از جنبه نظری بین دانش پداگوژیکی محتوا، که دانش چگونه قابل درک ساختن یک موضوع برای دیگران» است و دانش محتوایی، که «فهم عمیق از خود حوزه است»، تمایز قائل می‌شود. او همچنین دانش پداگوژی را مشخص می‌کند که، دانش مستقلی در مورد چگونگی بهینه ساختن موقعیت‌های یادگیری در کلاس درس به طور کلی است. دانش پداگوژی عمومی، مربوط به یادگیری و یادگیرندگان، قواعد کلی آموزش، اداره کلاس درس، اهداف و آرمان‌های آموزش است[7]. همچنین ریحانی با استناد به نظر کارشناسان، یک تقسیم‌بندی از حوزه مفهوم شناسی ریاضیات تحت عنوان، دانش مفهومی و دانش رویه‌ای را به صورت زیر ارائه می‌دهد.

1- دانش مفهومی به عنوان دانش حقایق، مفاهیم، اصول و ایده‌های ریاضی تعریف می‌شود. دانشی که به روابط و اتصالات بین مفاهیم، حقایق و ایده‌های ریاضی مربوط

است (این روابط و اتصالات، مطابق با سطوح دانش ممکن است غنی یا ضعیف باشند).

2- دانش رویه‌ای به عنوان دانش قوانین، الگوریتم‌ها، رویه‌ها، استراتژی‌ها و فرایندهای ریاضی برای کامل کردن تکالیف، تعریف می‌شود. دانشی که به روابط و اتصالات بین قوانین، الگوریتم‌ها و رویه‌های ریاضی مربوط است (این روابط و اتصالات مطابق با سطوح دانش ممکن است غنی یا ضعیف باشند).

ریحانی در مورد تأثیرات این دو دانش بر دانش‌موزان چنین نتیجه گیری می‌کند:

دانش‌آموزان وقتی دانش مفهومی مناسبی از مطلب مورد ظر داشته باشند، بایستی قادر به حل انوع مسائل مرتبط با آن مطلب باشند. کسانی که درک کافی از مطلب مورد نظر ندارند، برای حل هر نوع مسأله‌ای مرتبط با مطلبی که قبلاً با آن مواجه نشده‌اند، وابسته به رویه‌های جدیدی هستند که معلم به آن‌ها معرفی می‌کند. دانش رویه‌ای می‌تواند معنی‌دار یا طوطی‌وار آموخته شود. ریحانی یکی از راه‌های ایجاد دانش مفهومی را استفاده از ابزاری به نام نقشه مفهومی می‌داند[7].

الگوریتمی برای ایجاد فهم عمیق از مفاهیم ریاضی: ایجاد فضای آموزشی مناسب برای طرح ریاضیات مفهومی، نیازمند به توجه و استفاده از بسیاری از جنبه‌های مختلف مسائل آموزش ریاضی است. در این رابطه نوعاً این سؤال قابل طرح است که برای ایجاد فهم عمیق از ریاضی چه باید کرد؟ و برای این منظور چه مراحلی باید طی شود؟ مؤلف معتقد است که می‌توان با ترسیمی واقعی از ماهیت ریاضی (تبیین این موضوع که ریاضیات چیست؟) و همچنین بیان حقیقی و مستند از نقش و اهمیت ریاضیات برای معلمین و دانش‌آموزان، آنها را برای قبول زحمت یادگیری ریاضیات آماده نمود. سپس با ارائه راهکارهای مناسب، عملاً به سمت آموزش ریاضیات مفهومی پیش رفت. الگوریتم ارائه شده در این بخش، حاصل دریافت های تجربی پژوهشگر است که بعد از توجه به تمام نکاتی که در دانش «آموزش ریاضی» مورد بحث قرار می‌گیرد، می‌تواند در فهم بهتر و عمیق‌تر ریاضی کمک نماید. این الگوریتم وقتی راهگشا و مؤثر خواهد بود که یادگیرنده و یاد دهنده (دو عامل طرفینی در فرایند یاددهی– یادگیری) تصمیم به ایجاد فهم عمیق از ریاضیات را داشته باشند. لازم است به ذکر است که این الگوریتم در حقیقت برای بازفهمی مفاهیم ریاضی طراحی شده است. یعنی فراگیر از قبل به صورت سطحی با مفاهیم آشنایی دارد و اکنون خود به صورت مباحثه‌ای (در یک کارگروهی) و یا با کمک معلم، تصمیم به بازخوانی مفاهیم دارد. مراحل اجرای این الگوریتم، به شرح ذیل می باشد.

مراحل اجرای الگوریتم

گام اول: بازخوانی همراه با توجه به ویژگی‌های خاص مفهوم (به منظور پاسخ به این سؤال که این مفهوم چه چیزی را می‌خواهد بیان کند؟ یا این مفهوم چه معنای جدیدی را ایجاد کرده است؟)

گام دوم: توجه به ساختار، اجزا و روابط بین اجزای مفهوم (به منظور پاسخ به این سؤال که این مفهوم چه ساختاری دارد؟)

گام سوم: بررسی ارتباط این مفهوم با سایر مفاهیم (به منظور پاسخ به این سؤال که این مفهوم چه ارتباطی منطقی با سایر مفاهیم دارد؟)

گام چهارم: تشریح و تعبیر مفهوم به همراه ارائه مثال و تمرین

گام پنجم: تعیین اهمیت، نقش و بعضی از کاربردهای مهم مفهوم

به عنوان مثال اجرای مراحل الگوریتم را برای مفهوم مشتق ارائه می‌نماییم.

چگونگی ایجاد فهم عمیق‌تر از مفهوم مشتق

گام اول: باز خوانی همراه با توجه به ویژگی‌های خاص مفهوم مشتق به طور معمول تعریف کلیشه‌ای هر مفهوم بدون توجه به بار معنایی آن، به درک مفهومی آن کمک نخواهد نمود؛ بنابراین برای ورود به فهم عمیق یک مفهوم، می‌توان این سؤال را مطرح نمود که: این مفهوم چه معنای جدیدی را ایجاد کرده است؟ طبیعی است که مفهوم باید مجدداً بازخوانی و بازفهمی شود.

بازخوانی تعریف: از لحاظ مفهومی مشتق عبارت است از سرعت لحظه‌ای تغییرات تابع یا بررسی نقطه‌ای (لحظه‌ای) نرخ تغییرات تابع. این مفهوم در قالب حد نسبت تغییرات تابع به تغییرات متغیر به صورت رابطه شماره (1) تعریف می‌شود:

$$f'(x) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \qquad (1)$$

گام دوم: توجه به ساختار، اجزا و روابط بین اجزای مفهوم مشتق

برای دست‌یابی به این مرحله باید برای سؤالات زیر پاسخ مناسب پیدا نماییم.

این مفهوم دارای چه ساختاری است؟

اجزای این ساختار کدام است؟

روابط بین این اجزا چگونه است؟

این مفهوم دارای یک ساختار، چهار بخشی است:

1- وجود کسر یا نسبت

2-ترکیب صورت کسر

3-ترکیب مخرج کسر

4- وجود حد

روابط بین اجزا:

1- ظهور تفاضل دو مقدار از تابع در صورت (تغییرات تابع)

2- ظهور تفاضل دو مقدار از متغییر در مخرج (تغییرات متغیر)

3- مقایسه‌ای تفاضلات به صورت یک کسر که آن‌را نسبت تغییرات تابع به متغیر نامیدیم.

4- لزوم گرفتن حد از این نسبت

گام سوم: بررسی ارتباط این مفهوم با سایر مفاهیم

سؤال، این مفهوم چه ارتباطی منطقی با سایر مفاهیم دارد؟)

به نظر کارشناسان، یادگیری وقتی اتفاق می‌افتد که فراگیر بتواند بین دو یا چند مفهوم ارتباطی منظم برقرار سازد و پدیده‌ای را بر حسب آن توضیح دهد یا پیش‌بینی نماید. بنابراین فراگیر باید سعی نماید روابط بین این مفهوم با سایر مفاهیم را تشخیص دهد. در این مرحله باید پاسخ به این سوال را پیدا نماییم که این مفهوم چه ارتباطی منطقی با سایر مفاهیم دارد؟ برای این منظور می‌توان از طرحی شبیه، نقشه مفهومی استفاده نمود؛ یعنی تعدادی مفهوم دور و نزدیک را در ذهن مجسم و سپس آنها را لیست نموده و سپس نوع ارتباط و آنها را (کاملاً مرتبط، نسبتاً مرتبط، دارای ارتباط کم) مشخص نمود.

گام چهارم: تشریح و تعبیر مفهوم مشتق به همراه ارائه مثال و تمرین

برای درک مفهومی مشتق باید بتوان آن‌را خوب تشریح نمود و مثال‌ها و مصداق‌های غیر عددی برای آن ایجاد کرد.

$f(x)$ $f'(x)$

تشریح اول: در مورد چه می‌گوید؟

چون $f'(x)$ نمایش دهنده شیب خم $y=f(x)$ در نقطه $(x, f(x))$ است ، آن به ما می‌گوید که خم در هر نقطه در چه جهتی است.

تشریح دوم: تشریح مشتق در تعیین صعودی، نزولی بودن، تقعر، تحدب و نقطه عطف، در تحلیل و ترسیم تابع و بعضی از مسائل دیگر مانند کاربرد در بهینه سازی.

یعنی اگر در درون بازه مورد نظر $f'(x)\succ 0$ آنگاه $f(x)$ در آن بازه صعودی است و اگر در درون بازه مورد نظر $f'(x)\prec 0$ آنگاه در $f(x)$ آن بازه نزولی است.

سه تعبیر متفاوت از مشتق

تعبیر مشتق به عنوان شیب یک خط مماس

تعبیر مشتق به عنوان نرخ تغییر

تعبیر مشتق به عنوان یک تابع

گام پنجم: تعیین اهمیت، نقش و بعضی از کاربردهای مهم مشتق

در بخش اول در رابطه با اهمیت مفاهیم ریاضی گفته شد که قدرت ریاضیات در مجرد بودن آن قرار دارد. یک مفهوم ریاضی مجرد واحد مانند مشتق می‌تواند تعابیر مختلفی در علوم متفاوت داشته باشد. وقتی خواص این مفهوم ریاضی را یک‌بار و برای همیشه به دست آوریم، آنگاه می‌توانیم برگردیم و تمام این نتایج را در کلیه علوم به کار ببریم. این موضوع خیلی کارآمدتر خواهد بود تا اینکه خواص مفاهیم خاص در هر علم را جداگانه پیدا کنیم. بسیاری از کاربردهای مفاهیم ریاضی مانند مشتق، به توانایی ما در استنتاج حقایق از این مفاهیم بستگی دارد. برای درک مفهومی تعاریف، قضایا و ساختارها، فراگیر باید بتواند مثال‌ها و مصداق‌های غیر عددی و کاربردی ایجاد کند.

1- تعیین و به‌کار گیری مشتق در تحلیل و ترسیم تابع. (تعیین صعودی، نزولی بودن، تعیین نقاط ماکزیمم، مینیمم، تقعر، تحدب و نقاط عطف منحنی تابع.

2- کسب توانایی در به‌کار گیری مشتق در بعضی از مسائل دیگر مانند کاربرد در بهینه سازی.

ما به عنوان نمونه، کاربردهای زیر در علوم مختلف را با استفاده از منبع [8] ارائه می‌نماییم.

1- در فیزیک: سرعت، چگالی، جریان، توان، گرادیان دما،
2- در شیمی: نرخ واکنش تراکم پذیری،
3- در زیست شناسی: نرخ رشد، گرادیان سرعت خون،
4- در اقتصاد: هزینه نهایی، سود نهایی
5- در زمین شناسی: نرخ جریان گرما
6- در روانشناسی: نرخ بهبود در رفتار
7- در جامعه شناسی: نرخ پخش یک شایعه.

دو مورد از موارد فوق را به عنوان نمونه تشریح می‌نماییم.

الف- کاربرد مشتق در شیمی: نرخ واکنش تراکم پذیری

در یک واکنش شیمیایی با ترکیب دو یا چند ماده، یک یا چند ماده به عنوان محصول، حاصل می‌گردد. به عنوان مثال با ترکیب دو مولکول هیدروژن و یک مولکول اکسیژن، دو مولکول آب به صورت رابطه شماره (2) حاصل می شود.

$$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O \quad (2)$$

حال اگر فرض شود که یک $A+B \rightarrow C$ واکنش شیمیایی باشد، غلظت واکنش کننده‌ها بر حسب مول $6/22*10^{22}$ (مولکول در هر لیتر) را با نمایش دهیم $[A],[B]$ چون غلظت واکنش کننده‌ها و همچنین محصول در خلال واکنش تغییر می‌کند، این تغییر تابع زمان است؛ بنابراین نرخ متوسط واکنش به صورت رابطه شماره (3) ،

$$\frac{\Delta[C]}{\Delta t} = \frac{[C](t_2)-[C](t_1)}{t_2-t_1} \quad (3)$$

و نرخ لحظه‌ای واکنش به صورت رابطه شماره (4) می‌باشد.

$$\lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta[C]}{\Delta t} = \frac{d[C]}{dt} \quad (4)$$

چون غلظت محصول با پیشرفت واکنش افزایش می‌یابد، مشتق مثبت و در نتیجه نرخ واکنش C مثبت است [6].

ب- کاربرد مشتق در زیست شناسی : نرخ لحظه‌ای رشد

فرض شود که $n = f(t)$ جمعیت جامعه‌ای از گیاهان یا حیوانات در زمان t باشد. تغییر در جمعیت بین زمان‌های

$$\Delta n = f(t_2) - f(t_1)$$

t_1وt_2 برابر است و لذا نرخ متوسط $t_1 \le t \le t_2$ رشد در خلال دوره زمانی برابر رابطه شماره (5) است،

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{f(t_2)-f(t_1)}{t_2-t_1} \quad (5)$$

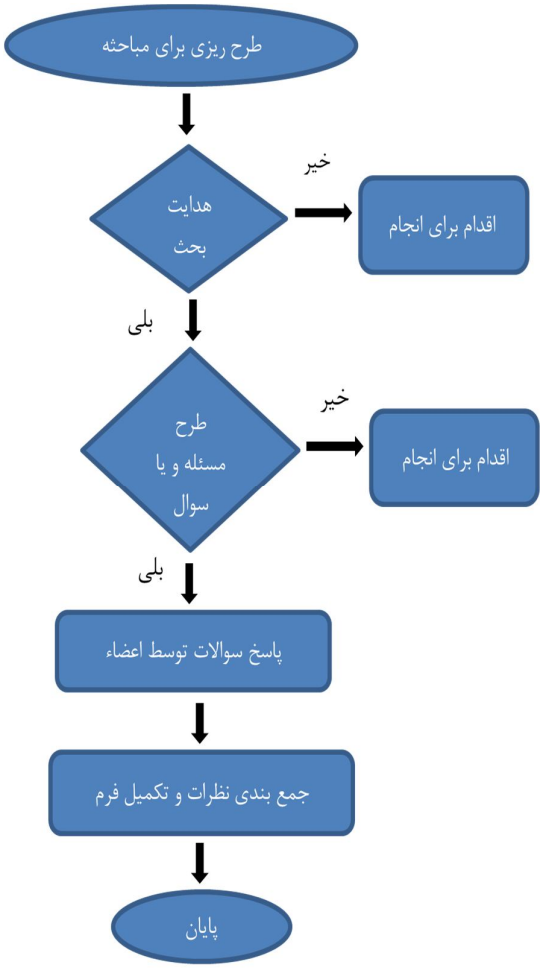
و نرخ لحظه‌ای رشد به صورت رابطه شماره (6) می‌باشد[6].

$$\lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{dn}{dt} \quad (6)$$

آموزش مباحثه‌ای، طرحی برای ارائه ریاضیات مفهومی: در این بخش در مورد نحوه بکارگیری شیوه آموزش مباحثه‌ای، در ایجاد فهم عمیق از ریاضیات بحث می‌شود. همچنین از این شیوه می توان برای پیاده سازی روش الگوریتمی فوق‌الذکر استفاده نمود. مباحثه، روش آموزشی ویژه‌ای است که طلاب حوزه علمیه در فرآیند تحصیلی از این شیوه استفاده می نمایند. در این روش، دست کم، دو نفر به صورت رودررو می‌نشینند و در باره مطالب درسی و علمی به بحث می‌پردازند. این روش آموزشی را نیز می‌توان در مدارس و دانشگاه‌ها (با توجه به ویژگی‌های دروس) مورد استفاده قرار داد. این روش به منظور ارتقای سطح آموزش، با سه هدف تبیین، تفهیم وتثبیت مطالب درسی پیشنهاد می گردد. تشکیل گروه‌های مباحثه می‌تواند به صورت رسمی (در کلاس) شکل گرفته و بعد به صورت داوطلبانه و خود جوش، در خارج کلاس ادامه داشته باشد؛ یعنی کافی است دو یا سه و ماکزیمم چهار نفر دانش‌آموز یا دانشجو از یک کلاس تصمیم بگیرند که درس هر جلسه کلاس را با هم مرور کنند. با اجرای این روش در هر کلاس و دانشکده، می‌توان یک فضای آموزشی فعال، در کنار فضای رسمی آموزشی (کلاس‌های درس) ایجاد نمود. این فضا عمدتاً مبتنی بر انجام بحث و مباحثه و کار گروهی است که از نتایج آن ایجاد تعامل و کنش و واکنش بین فراگیران در مباحث درسی و احراز تسلط بر موضوع درسی، ایجاد رشد طرز فکر علمی و تقویت قوه ابتکار و توانا سازی فرد برای حل مسأله نیز می‌باشد. در روش آموزشی مباحثه‌ای، تلاشی که می‌بایست از ناحیه فرد در یادگیری صورت بگیرد، به شکل جمعی ظاهر می‌شود که آن‌را مباحثه گروهی می‌نامند. این روش آموزشی ثمرات عدیده در بردارد. از جمله باعث تفهیم و تثبیت بیشتر مطالب می‌شود. بحث کامل مربوط به این موضوع توسط مؤلف در منبع [4] ارائه شده است. آنچه در ذیل می‌آید ابتدا معرفی روش آموزشی مباحثه‌ای است و سپس آموزش مفهوم تابع، **به عنوان** یک الگوی عملی از این روش، ارائه می‌گردد.

مراحل برقراری مباحثه: مراحل انجام مباحثه در نمودار شکل شماره 1 آورده شده است. شروع هر مباحثه‌ای با طرح سؤال، مسأله یا عنوانی که فراگیران را به بحث سوق دهد، می‌باشد. در این رابطه معمولاً مراحل ذیل انجام می‌پذیرد.

1- طرح ریزی برای مباحثه
2- طرح نظرات و پاسخ اعضای گروه



شکل 1الگوریتم مربوط به نحوه انجام مباحثه

همچنین چرخه مربوط به انجام مباحثه در شکل شماره 2 آمده است.

فواید روش آموزشی مباحثه

1- احراز تسلط بر موضوع درسی؛

2- ایجاد تعامل و کنش و واکنش بین دانشجویان در مباحث درسی؛

3- ایجاد انگیزه برای مطالعه دروس در طول ترم تحصیلی؛

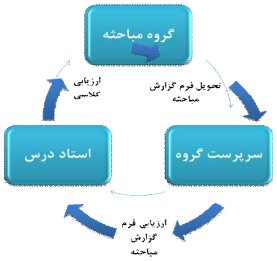
4- ارتقای سطح آموزش و تقویت توان آموزشی دانشجویان تحصیلات تکمیلی؛

5- تقویت قدرت بیان و ارائه مطالب در دانشجویان؛

6- افزایش مهارت‌های حل مسأله؛

7- تفهیم و تثبیت بهتر مطالب درسی برای دانشجویان؛

8- تقویت قدرت بیان و ارائه مطالب.



شکل 2 چرخه مربوط به انجام مباحثه

ارائه یک الگوی مناسب: یکی از مشکلات و سؤالات اصلی در استفاده از روش آموزشی مباحثه فقدان یک الگوی مناسب در به‌کارگیری عملی این روش در مدارس و دانشگاه‌هاست. یک الگوی پیشنهادی از این روش در دانشگاه، در منبع[4] ارائه شده است. در این مبحث ضمن ارائه یک الگوی کلی، نحوه انجام مباحثه گروهی مربوط به درس تابع (در حد یک جلسه درسی) ارائه شده است. این الگو می‌تواند در مورد سایر موضوعات ریاضی و مشابهاً (با در نظر گرفتن خصوصیات موضوع) در سایر رشته‌ها نیز مورد استفاده قرار گیرد.

الگوی کلی نحوه مباحثه دروس ریاضی

هدف: ایجاد فهم دقیق مفاهیم ریاضی

انجام مباحثه گروهی برای هر درس ریاضی طی مراحل زیر قابل انجام می‌باشد:

مرحله اول: طرح مسأله شامل

1- موضوع درس چیست و شامل چه اجزایی است؟ (ارتباط اجزای موضوع به صورت نمودار مفهومی)

2- در این درس چه مفاهیم جدیدی (چند تعریف جدید، یا اصطلاح) و چه احکام جدیدی (چند قضیه، لم و ...) ارائه شده است؟

3- بیان شکل ارتباط مفاهیم جدید با سایر مفاهیم قبلی.

شکل کار:

گام اول: یکی از اعضای گروه طبق مطالعه خود و یا حضور ذهن از کلاس، پاسخ هر یک از سؤالات را بیان کرده و

دیگران در صورت نیاز آن‌را کامل می‌کنند. سؤال دوم در این مرحله فهرست وار بیان می‌شود.

مرحله دوم:

بحث اصلی: این مرحله اصلی‌ترین قسمت مباحثه است که شامل دو قست زیر می‌باشد.

1- بیان تعاریف و اصطلاحات جدید

2- بیان احکام و قضایای جدید

گام اول: هر یک از اعضای گروه به ترتیب برداشت و فهم خود را از تعاریف بیان می‌کنند. در این مرحله به سؤالات موجود پاسخ داده می‌شود.

گام دوم: یکی از اعضای به نقد و بررسی احکام (قضایا) شامل شکل اثبات، فهم از قضیه، طرح اشکالات خود می‌پردازد و دیگران پاسخ‌های لازم را بیان می‌کنند. اشکالات باقی مانده یاداشت می‌شود تا از استاد درس پرسیده شود.

گام سوم: هر یک از اعضای گروه مثال‌های عددی و غیر عددی به عنوان مصداق‌های از مفاهیم و احکام ارائه می‌نمایند.

مرحله سوم: مباحث تکمیلی: بیان اهمیت موضوع (مفاهیم و قضایا)

شکل کار:

گام اول: بحث در اهمیت، ضرورت و جایگاه مفهوم و بیان تاریخچه ایجاد مفاهیم جدید و ضرورت زمانی آن

گام دوم: این موضع از لحاظ لغوی و اصطلاحی چه بار معنایی همراه دارد؟

گام سوم: بیان بعضی از کاربردهای مهم مفهوم (در سایر موضوعات ریاضی یا در سایر علوم)

ارائه یک الگوی عملی

الگوی انجام مباحثه گروهی برای آموزش درس تابع:

مرحله اول: طرح‌ریزی مباحثه شامل طرح مسأله به صورت زیر:

گروه کار مباحثه را با پاسخ به سه سؤال زیر شروع می‌کند.

1- تابع چگونه تعریف می‌شود؟

2- مفهوم تابع چه معنای جدیدی را ایجاد کرده است؟ (در این درس چه مفاهیم جدیدی یا چند تعریف جدید، یا اصطلاح ارائه شده است؟)

3-معمولاً یک تابع دارای چه ساختاری است؟ اجزا و روابط بین اجزای آن چگونه است؟

شکل کار:

گام اول: یکی از اعضای گروه طبق مطالعه خود و یا حضور ذهن از کلاس، شروع به تعریف تابع می‌نماید و هر یک از اعضای گروه در صورت لزوم به ترتیب برداشت و فهم خود را از تعریف تابع بیان می‌کنند.

گام دوم: پاسخ سؤال دوم را یکی دیگر از اعضای گروه بیان کرده و دیگران، در صورت نیاز آن‌را کامل می‌کنند.

گام سوم: توجه دقیق به ساختار، اجزا و روابط بین اجزای تابع

در این رابطه هر یک از افراد گروه می‌توانند به سؤالات زیر پاسخ دهند.

یک تابع معمولاً دارای چه ساختاری است؟

اجزای یک تابع کدام است؟ و روابط بین این اجزا چگونه مشخص می شود؟ (دامنه، برد، نوع تابع)

مرحله دوم:

گام اول: تشریح و تبیین دقیق‌تر مفهوم تابع و پاسخ به سؤالات موجود.

1- بحث در مورد روش‌های نمایش تابع

2- بحث در مورد بیان انواع توابع: هر یک از اعضا یک نوع از تابع را بیان کرده و در مورد خصوصیت آن نوع و تفاوت‌ها و شباهت‌های آن، با انواع دیگر، بحث می‌کنند.

گام دوم: چون فعلاً در این مرحله قضیه جدیدی بیان نشده است، گروه در مورد جنبه‌های دیگر موضوع تابع به شرح ذیل به بحث می‌پردازد:

1- بیان چگونگی اعمال جبری روی توابع؛

2- بیان بررسی چگونگی تشخیص توابع از قبیل، یک به یک، پوشاو...؛

3- تعریف و تعیین معکوس یک تابع؛

4- بیان مفهوم ترکیب توابع؛

همچنین در این مرحله اشکالات مطرح و توسط اعضای گروه، پاسخ داده می‌شود، اشکالات باقی مانده یاداشت می‌شود تا از استاد درس پرسیده شود.

گام سوم: هر یک از اعضای گروه، مثال‌های عددی و غیر عددی به عنوان مصداق‌هایی از مفاهیم فوق ارائه می‌نمایند.

مرحله سوم: مباحث تکمیلی؛ بیان اهمیت موضوع (مفاهیم و قضایا)

شکل کار:

گام اول: بحث در اهمیت، ضرورت و جایگاه مفهوم تابع و بیان تاریخچه آن .

گام دوم: بیان معنای لغوی و اصطلاحی و بار معنایی تابع.

گام سوم: بیان بعضی از کاربردهای مهم مفهوم تابع (در سایر موضوعات ریاضی یا در سایر علوم)

گام چهارم: تکمیل فرم مربوط به گزارش انجام بحث و مباحثه. فرم مربوط به گزارش انجام بحث و مباحثه مربوط به دروس ریاضی در جدول شماره ۳ در انتهای بخش نتیجه گیری آورده شده است.

۲–روش تحقیق

در این مقاله برای طرح و توسعه مفاهیم آموزشی، از روش تحقیق ترکیبی (کمّی و کیفی) استفاده شده است. زیرا روش‌های تحقیق آموزشی که فقط به صورت کمی و یا کیفی انجام می شود، امروزه مورد انتقاد جدی قرار گرفته است. در این رابطه بازرگان می‌نویسد: «باید توجه داشت که پدیدهای نظام آموزشی از جمله عملکرد یادگیرنده، محیط یادگیری و فرآیند یاددهی-یادگیری را نمی‌توان به شیوه کاملاً عینی و بدون اریب مورد مشاهده قرار داد. همچنین کنترل متغیرهای ناخواسته در باره این پدیده‌ها بسیار دشوار است. بنابراین مفروضه‌های زیربنایی استفاده از روش‌های کمّی معمولاً در پژوهش‌های آموزشی صدقنمی-کند»[۹]. روش تحقیق کیفی پژوهشگر با استفاده از دریافت‌های تجربی از محیط های آموزشی و جریان آموزش و یادگیری خود بوده است.این روش به صورت نظریه سازی، با ارائه دو شیوه آموزشی الگوریتمی و مباحثه‌ای در موضوع ریاضیات مفهومی، مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

۳– نتایج و بحث

بررسی اثر بخشی به‌کارگیری روش مباحثه درسی در تدریس ریاضی

برای اطمینان از اثربخشی به‌کار گیری روش مباحثه درسی در آموزش مفهومی ریاضیات، نتایج حاصل از انجام یک پژوهش در دانشکده ریاضی دانشگاه صنعتی شاهرود ارائه می‌گردد. همچنین به بعضی از مستندات و شواهد علمی معتبر دیگر نیز اشاره خواهد شد. این پژوهش با در نظر گرفتن نمونه‌هایی از جامعه هدف (دانشجویان دروس ریاضی عمومی ۱و۲ و اعضای هیأت علمی دانشکده ریاضی دانشگاه صنعتی شاهرود) انجام شده‌است. ابزار گردآوری اطلاعات پرسش‌نامه‌ای است که توسط پژوهشگر طراحی شده و پس از جمع‌آوری، نتایج استخراج و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. پرسش‌نامه اساتید دارای ۱۳ سؤال و پرسش‌نامه دانشجویان دارای ۹ سؤال مرتبط با اهداف بوده است. قبل از اجرا، اعتبار صوری پرسش‌نامه‌هابه تأیید برخی ازاعضای هیأت علمی دانشگاه رسیده است. پایایی پرسش‌نامه، قبل از اجرا در سطح وسیع، به وسیله اجرا در یک گروه کوچک منتخب بررسی شد. زمان انجام مطالعه نیمسال اول سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹ و تعداد افراد جامعه پژوهش۱۰ اساتید و ۵۵ دانشجو بودند. اطلاعات به دست آمده از پرسش‌نامه‌های برگشتی، با استفاده از روش‌های آماری توصیفی و تحلیلی و توسط نرم افزارspss و همچنین به کمک اعداد فازی و میانگین‌گیری فازی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. لازم به ذکر است که ضریب آلفای کرونباخ در پرسش‌نامه اساتید ۰/۷۴۸و در پرسش‌نامه دانشجویان ۰/۶۳۲به‌دست آمده است.

نتایج به‌دست آمده از بررسی پرسش‌نامه اساتید و دانشجویان با در نظر گرفتن اعداد متناسب با گزینه‌ها یعنی ۵= خیلی زیاد و ۴= زیاد و ۳= متوسط و ۲= کم و ۱= خیلی کم و با میانگین‌گیری از آنها با مقیاس لیکرت درصد بدست آمده به کمک نرم‌افزارspss در جدول شماره ۱ آمده است. لازم به ذکر است که گویه متناسب با توجه به بازه‌های زیردر نظر گرفته شده‌است: (۲۰و۰]= خیلی‌کم، (۴۰و۲۰]=کم، (۶۰و۴۰]=متوسط، (۸۰و۶۰]=زیاد، [۱۰۰و۸۰]=خیلی زیاد و اعداد مرزی لفظ نسبتاً اضافه می-شود.بخشی از نتایج حاصل از نظر سنجی از اساتید و دانشجویان دانشکده ریاضی دانشگاه صنعتی شاهرود، مرتبط با تأثیر مثبت مباحثه درسی در نمره نهایی در جداول شماره ۱و ۲ آورده شده است[۱۰] .

جدول ۱میزان تأثیر مباحثه درسی در نمره نهایی

میزان	فراوانی/درصد	دانشجویان	اساتید
خیلی زیاد	فراوانی	۱۴	۰
	درصد	۵/۲۵	۰
زیاد	فراوانی	۲۴	۷
	درصد	۴۳/۶	۷۰
متوسط	فراوانی	۱۱	۳
	درصد	۲۰	۳۰
کم	فراوانی	۲	۰
	درصد	۳/۶	۰
خیلی کم	فراوانی	۴	۰
	درصد	۳/۷	۰
جمع	فراوانی	۵۵	۱۰
	درصد	۱۰۰	۱۰۰

جدول ۲میزان تأثیر مباحثه درسیدر نمره نهایی،با استفاده از اعداد فازی مثلثی

اساتید	(۰/۸۵۵و۰/۶۷۵و۰/۴۹۵)	۰/۶۷۵ (نسبتاً زیاد)
دانشجویان	(۰/۸۳و۰/۶۹و ۰/۵)	۰/۶۷ (نسبتاً زیاد)

بعضی از مستندات و شواهد علمی معتبر مربوط به اثر بخشی روش مباحثه درسی

کارشناسان و متخصصین امر تعلیم و تربیت معتقدند که روش تدریس فعال یکی از روش‌های مؤثر و کارا در امر یادگیریاست. در این رابطه بیژن زاده می‌نویسد:«مهم‌ترین روشی که برای تعلیم مفاهیم و روابط ریاضی پیشنهاد شده و امروز در دنیا مورد توجه متخصصین آموزش ریاضی است، روش تدریس فعال است»[۱۱] .

همچنین شریعتمداری در کتاب «اصول تعلیم و تربیت» می‌نویسد: «اگر شاگرد خود در جریان یادگیری فعال باشد و نسبت به امر مورد یادگیری احساس احتیاج کند و رابطه این امر را با سایر امور درک کند خواه ناخواه فهم او بکار می افتد و مطالب را عمیق تر فرا می‌گیرد.»[۱۲]همچنین نگارنده در تحقیقی، چگونگی به‌کارگیری روش مباحثه درسی را در دانشگاه صنعتی شاهرود مورد بررسی قرار داده است که نتایج آن در مقاله‌ای به چاپ رسیده است[۴].

اکنون با توجه به مستندات فوق، می‌توان چنین نتیجه گیری نمود که یکی از مهم‌ترین روش‌های مناسب برای تعلیم مفاهیم و روابط ریاضی، روش آموزشی فعال است. از آنجا که روش مباحثه درسی، یکی از روش‌های فعال آموزشی تلقی می‌گردد؛ بنابراین به اثربخشی روش مباحثه درسی می‌توان مطمئن بود و به‌کارگیری این روش را برای تدریس در مدارس و دانشگاه‌ها پیشنهاد کرد. فرم مربوط به ارائه گزارش انجام بحث و مباحثه به عنوان جدول شماره ۳ آورده شده است.

از دیدگاه بعضی از کارشناسان علوم انسانی، روش های تحقیق علوم طبیعی همیشه قابل تعمیم و تسرّی به علوم انسانی به ویژه در مسائل آموزشی و کلاس های درس نمی-باشد. در این رابطه قاسمی به نقل از کمیس می نویسد: «روش تحقیقی که در پژوهش های مرسوم دانشگاهی به کار گرفته می شود، برگرفته از روش تحقیق علوم اجتماعی و روان شناسی است، نه برآمده از محیط های آموزشی و جریان آموزش و یادگیری. خودِ روش های تحقیق در علوم اجتماعی و روان شناسی نیز در اکثر موارد تقلیدی است از روش های تحقیق علوم طبیعی که همیشه قابل تعمیم و تسرّی به علوم انسانی به ویژه کلاس های درس نیستند.»[۱۳] لذا در این مقاله، مؤلف تلاش نموده است که با استفاده از یک روش تحقیق ترکیبی (کمّی و کیفی)مبتنی بردریافت های تجربی پژوهشگر از محیط های آموزشی، در زمینه دو شیوه آموزشی به صورت الگوریتمی و مباحثه ای نظریه سازی نماید. در این رابطه برای ایجاد فهم عمیق از ریاضیات، مفهوم مشتق به‌صورت یک شیوه الگوریتمی و مفهوم تابع به‌صورت آموزش مباحثه‌ای ارائه شده است. در بعد تحقیق کمی، مؤلف نتایج حاصل از انجام یک پژوهش در موضوع «میزان تاثیر روش مباحثه درسی

در نمره نهایی دروس ریاضی عمومی ۱و۲ رادر دانشکده ریاضی دانشگاه صنعتی شاهرود» را ارائه داده است. لازم به ذکر است که استفاده از منطق فازی در تحلیل نتایج داده-های کمی حاصل از پرسشنامه‌ها، می‌تواند جنبه کیفی پژوهش را تقویت نماید.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله ابتدا موضوع ریاضیات مفهومی به عنوان دانش حقایق، مفاهیم، اصول و ایده‌های ریاضی مطرح و الگوریتمی برای فرآیند آن پیشنهاد گردید و همچنین روش آموزشی مباحثه ای ریاضی، به عنوان یک روش مفهومی، معرفی و تشریح شد. همچنین ضمن ارائه نتایج یک تحقیق در دانشکده ریاضی دانشگاه صنعتی شاهرود و با توجه به سایر مستندات، نتیجه‌گیری شد که یکی از مهم‌ترین روش-های مناسب برای تعلیم مفاهیم و روابط ریاضی، روش آموزشی مباحثه درسیاست. همچنین اثر بخشی به کارگیری روش مباحثه درسی نشان داده شد و استفاده از این روش را برای تدریس در مدارس و دانشگاه‌ها پیشنهاد گردید.

مراجع

[1]Guya Z., *What is mathematics education?*, JournalofMathematics Education, InXI,Vol.47, **1996**, p.4.

[2]Courant R., *What is mathematics?*, in: Kazemi S.,(Ed.), NashreNeiPublication, **2000**, pp.10-11.

[3]Mosaheb G.H., *Mathematical Analysis*, Technical Introduction, Amir Kabir Publication, **1984**, pp.31-32.

[4] RahimiSharbaf S., *An optimal method for dynamic participatory education at universities*, Journal of Technology of Education, Vol.3, No.3, **2009**, pp.169-178.

[5] Borujerdian N., *Names and symbols in mathematics*, Proceedings of theTenth Conference on Mathematics Education, Yazd, **2008**.p.86.

[6] Fruhandeh F., *Calculus*, Shahrood University of Technology Publisher, **2005**, p.162.

[7]Reyhani E., *Calculus features and some approach writing*, ShahidRajaee University, **2010**.

[8]Stewart J., *Single variable Calculus*, in: Alamatsaz M.H.,(Ed.), Nopardazan publisher, **2010**, p.365.

[9]Bazargan A., *Mixed methods research, the best approach in education system*, Journal of effective schools, No.7, **2009.**

[10]Motamedi A., *Study of Evaluation Methods to help the fuzzy logic*, Master Thesis, Mathematics Department of Shahrood University of Technology, **2011**.

[11]Biganzadeh M., *Teaching and learning mathematics*, Daneshpazir Publisher, **2009**, p.48.

[12]Shariatmadar A., *Principlesof Education*, Tehran university publisher, **2007**, p.94.

[13] Ghasemi Puya A., A *Practical guide, action research*, Tehran, Instituteof Education, Vol.2, **2002,** p.24**.**

ضمیمه

گزارش انجام بحث و مباحثه مربوط به درس ....

شماره گروه: نام استاد : نام سرپرست و مسئول گروه:

تاریخ و زمان مباحثه: اسامی اعضاء گروه :

۱-موضوع درس چیست؟
۲-رئوس مطالب و مفاهیم اصلی درس کدام است؟
۳- نقش و اهمیت و ارتباط موضوع درس با سایر موضوعات چیست؟
نتایج مباحثه:
پرسشها و مسائل اصلی مورد مباحثه:
نحوه بررسی موضوع و امکان تعمیم و تبیین موضوع درس:
به چه میزان از تاریخچه و کاربردهای موضوع درس اطلاع دارید؟