

آموزش آنالیز فرآیند نورد ورق‌های سه لایه به کمک تئوری حد فوقانی

علی پورکمالی^۱ و حمید رضا روحانی^۲

چکیده

در این مقاله ضمن ارائه یک مدل ریاضی برای نورد سرد متقارن ورق‌های سه لایه، با آموزش مرحله به مرحله روش آنالیز فرآیند به کمک تئوری حد بالا (Upper bound)، رفتار تغییر شکل پلاستیک ورق‌ها در فضای بین دو غلطک بررسی شده و پارامترهای مؤثر فرآیند نورد شامل توان مصرفی نورد، نیروی نورد، فشار متوسط بین لایه‌ها و میزان کاهش ضخامت هر لایه در طی فرآیند نورد ورق‌های سه لایه، محاسبه و پیش بینی گردیده است. جهت اعتبار سنجی مدل تئوری، آزمایشاتی تجربی با استفاده از ورق‌های (تسمه‌های) سه لایه آلومینیوم/ فولاد/ آلومینیوم انجام شده و نتایج حاصل با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج تئوری در مقایسه با اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی درای انطباق خوبی است.

کلمات کلیدی: تئوری حد بالا، نورد ورق‌های سه لایه، ورق‌های چند لایه

۱- مقدمه

مکانیزم تغییر شکل پلاستیک ورق‌های چند لایه جریان و تئوری حد بالا، فرآیند نورد را مورد بررسی در طی نورد در مقایسه با نورد ورق‌های یک لایه بسیار پیچیده می‌باشد. بنابراین تخمین نیرو و توان مصرفی در طی نورد ورق‌های چند لایه، مشکل است. به کمک آنالیز و اجرای مرحله به مرحله که در این مقاله آموزش داده خواهد شد، امکان محاسبه نیرو و توان مصرفی و فشار متوسط بین لایه‌ها و میزان کاهش ضخامت هر لایه در طی نورد فراهم می‌شود.

ورق‌های چند لایه از دو یا چند لایه ورق با جنس‌های متفاوت ساخته شده‌اند که به دلیل دارا بودن خواصی از قبیل رسانایی الکتریکی بالا، مقاومت در برابر خوردگی بالا و استحکام بالا به طور گسترده‌ای در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱].

در سه دهه اخیر تولید ورق‌های چند لایه به کمک فرآیند نورد، مؤثرترین و اقتصادی‌ترین روش در مقایسه با دیگر روش‌های تولید، شناخته شده است [۱-۷].

برخی از محققین رفتار تغییر شکل پلاستیک ورق‌ها را در فضای بین غلطک‌ها به روش‌های مختلف بررسی کرده‌اند.

کیوچی و همکارانش، وانگ و چن، آویچرو پاچلا به ترتیب با روش‌های المان محدود، تابع قرار داده‌اند [۳، ۶، ۹و۸].

۲- آنالیز فرآیند نورد سرد ورق‌های سه لایه

آویچر برای بررسی تغییر شکل‌های تحت شرایط کرنش صفحه‌ای مربوط به اجسام صلب کاملاً پلاستیک، یک آنالیز حد فوقانی با استفاده از روش مثلث‌های صلب در حال چرخش ارائه داده است [۹و۸].

با توجه به این که فرآیند نورد سرد تسمه را می‌توان یک فرآیند تغییر شکل تحت شرایط کرنش صفحه‌ای در نظر گرفت، می‌توان ناحیه تغییر شکل تسمه‌های سه لایه را با

مقاله در تاریخ ۸۷/۱۱/۲۴ دریافت و در تاریخ ۸۷/۱۲/۱۹ به تصویب نهایی رسید.

^۱ استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی - پست الکترونیکی ali_pourkamali@srutu.edu

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

۹) مرحله می‌توان، توان مصرفی در طول فرآیند نورد را محاسبه کرد.

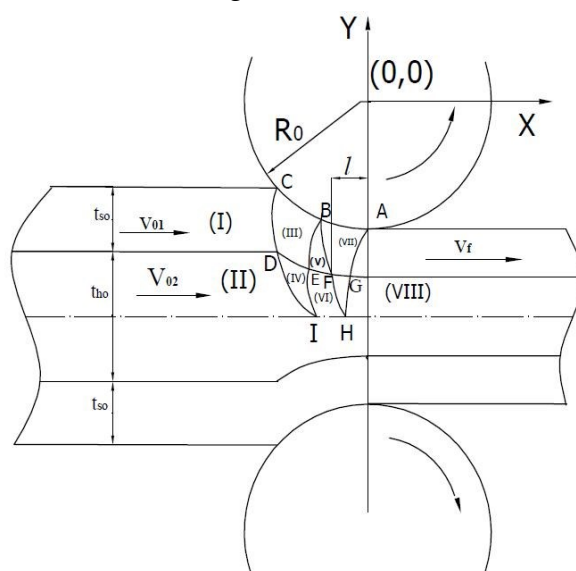
۱-۲ تقسیم بندی ناحیه تغییر شکل به مناطق صلب مجزا

اولین مرحله در این آنالیز، تقسیم بندی ناحیه تغییر شکل با استفاده از مثلث‌های صلب در حال چرخش است. همان‌طور که در شکل ۱ دیده می‌شود، ناحیه تغییر شکل به هشت منطقه صلب مجزا قابل تقسیم است. با توجه به تقسیم بندی ۱۱، سطح ناپیوستگی سرعت $(\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_4, \Gamma_{10}, \Gamma_{11})$ ایجاد می‌شود (شکل ۲).

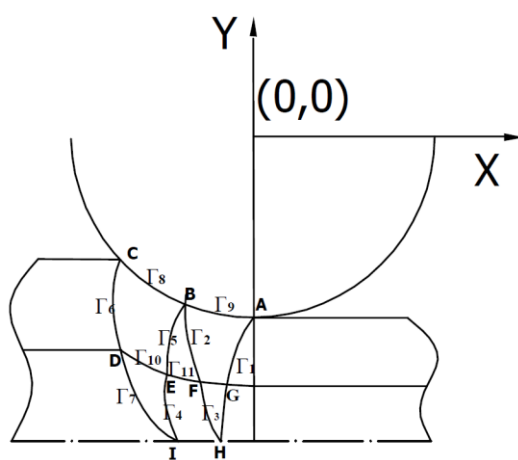
وجه به روش مثلث‌های صلب در حال چرخش تقسیم بندی کرد (شکل ۱).

مرزهای جدا کننده هر ناحیه صلب $(\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_{11})$ توسط نسبت سرعت مناطق همسایه و جهت حرکت هر منطقه مشخص می‌شود. در نهایت معادلات مربوط به سطوح ناپیوستگی سرعت بین مناطق صلب در حال حرکت، میزان ناپیوستگی سرعت روی آن‌ها و میزان مصرفی در طول این سطوح توسط روابط موجود در جدول ۱ محاسبه می‌شود [۹ و ۸].

با اجرای مرحله‌ای که در این بخش آموزش داده خواهد شد



شکل ۱ میدان سرعت پیشنهاد شده برای نورد سرد ورق‌های سه لایه با استفاده از روش حد بالا



شکل ۲ سطوح ناپیوستگی سرعت

(۳)

$$y_D = -[y_C + t_{s0}] \quad (۴)$$

۲-۳ مشخص کردن نوع حرکت در هر منطقه

نوع حرکت به این صورت مشخص می‌شود: مناطق موجود در مثلث‌های صلبی که رأس آن‌ها روی غلطک قرار دارد دارای حرکت خطی می‌باشند (مناطق (III)، (IV)، (VII)) در غیر این صورت دارای حرکت چرخشی می‌باشند (مناطق (I)، (II)، (V)، (VI) و (VIII)) [۹و۸].

نتایج در جدول ۲ نشان داده شده است. در این جدول V_{01} و V_{02} به ترتیب سرعت اولیه‌ی تسمه‌ی روکش و تسمه‌ی میانی در ورود و V_f سرعت نهایی هر دو تسمه در خروج می‌باشد.

همچنین $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ به ترتیب سرعت زاویه‌ای ماده صلب در حال چرخش در ناحیه (III)، (IV)، (VII) بوده و $(V'_{01}), (V'_{02})$ به ترتیب سرعت خطی در مناطق (V)، (VI) می‌باشد.

۲-۴ محاسبه سرعت‌های چرخشی و خطی

با توجه به قانون ثابت بودن حجم در هنگام تغییر شکل الاستیک و همچنین با توجه به نقاط مرزی در هر یک از ناحیه‌ها، سرعت چرخشی و خطی در هر یک از ناحیه‌ها قابل محاسبه می‌باشد [۹و۸].

به طور مثال به منظور محاسبه سرعت زاویه‌ای ω_1 در ناحیه (III)، با توجه به المان نشان داده شده در شکل ۳ و ثابت بودن حجم در هنگام تغییر شکل الاستیک، رابطه‌ی زیر برای تسمه‌ی روکش با پهناى واحد به دست می‌آید:

$$V_{01}t_{s0} = \int_{R_0}^{r_E} (\omega_1 r) dr = V_f t_{sf} \quad (۵)$$

$$r_E = \sqrt{(x_O - x_E)^2 + (y_O - y_E)^2} = \sqrt{(X_E^2 + Y_E^2)} \quad (۶)$$

۲-۲ مختصات نقاط مدل

دومین مرحله، به دست آوردن مختصات نقاط مرزی هر یک از سطوح ناپیوستگی می‌باشد. در این راستا با فرض این که مبدأ محور مختصات کارتیزین (x, y) منطبق بر مرکز غلطک بالا است، مختصات هر یک از نقاط در این، دستگاه مختصات محاسبه می‌گردد. اگر فرض شود که R_0 شعاع غلطک نورد بوده و t_{s0} و t_{h0} به ترتیب ضخامت اولیه تسمه‌ی روکش و تسمه‌ی میانی و همچنین t_{sf} و t_{hf} به ترتیب ضخامت نهایی تسمه‌ی روکش و تسمه‌ی میانی باشند، مختصات نقاط مختلف قابل محاسبه می‌باشند. به طور مثال:

$$x_C = -\left\{2R_0\left[t_{s0} + \frac{1}{2}t_{h0} - \left(t_{sf} + \frac{1}{2}t_{hf}\right)\right] - \right. \quad (۱)$$

$$\left. \left[\left(t_{s0} + \frac{t_{h0}}{2}\right) - \left(t_{sf} + \frac{1}{2}t_{hf}\right)\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$y_C = -\left[R_0 - t_{s0} - \frac{t_{h0}}{2} + t_{sf} + \frac{t_{hf}}{2}\right] \quad (۲)$$

نقاطی را که مقدار آن‌ها با توجه به شکل معلوم نیست، به صورت مجهول در نظر می‌گیریم. به طور مثال در نقطه D ، طول از مبدأ این نقطه نامعلوم است و برابر $(-X_D)$ فرض می‌گردد ولی عرض از مبدأ آن معلوم و قابل محاسبه است.

$$x_D = -X_D$$

جدول ۱ سطوح ناپیوستگی سرعت و توان برشی

ناحیه مجاور حرکت دو	سطح ناپیوستگی سرعت			ناپیوستگی سرعت Δv	طول سطح \widehat{AB}	توان برشی $\frac{\dot{W}_s}{(\sigma_0/\sqrt{3})}$
	مختصات محور، (x_C, y_C)	شعاع، R	معادله سطح ناپیوستگی، Γ			
چرخشی - چرخشی	$\left(\frac{x_{0I} - \lambda x_{0II}}{1 - \lambda}; \frac{y_{0I} - \lambda y_{0II}}{1 - \lambda} \right)$	$[(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2]^{1/2}$	$(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 \equiv R^2$	$R \omega_1(1 - \lambda) $	$2R \cdot \sin^{-1} \frac{\sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}}{2R}$	$\Delta v \cdot \widehat{AB}$
خطی - خطی	$\left(x_{0I} - \xi \sin \theta_2; y_{0I} - \xi \cos \theta_2 \right)$	$\pm \infty$	$y = m(x - x_A) + y_A$	$R \omega_1 $	$\frac{\Delta v}{ v_1(\cos \theta_1 - \rho \cos \theta_2) } dx$	$\frac{(\Delta v)^2 \cdot v_1}{\Delta x \cos \theta_1 - \rho \cos \theta_2}$
خطی - خطی	ندارد - خط مستقیم است.	$\pm \infty$	$y = m(x - x_A) + y_A$	$ v_1 (1 + \rho^2 - 2\rho \cos \alpha)^{1/2}$	$\frac{\Delta v}{ v_1(\cos \theta_1 - \rho \cos \theta_2) } dx$	$\frac{(\Delta v)^2 \cdot v_1}{\Delta x \cos \theta_1 - \rho \cos \theta_2}$

$$1) \lambda = \omega_2 / \omega_1 \quad 2) \xi = v_2 / \omega_1 \quad 3) \rho = v_2 / v_1$$

$$4) m = (\sin \theta_1 - \rho \sin \theta_2) / (\cos \theta_1 - \rho \cos \theta_2) \quad 5) \alpha = \Delta \theta = \theta_2 - \theta_1$$

سرعت های زاویه‌ای (ساعتگرد - مثبت) ω_1, ω_2 = سرعت (محیطی) خطی v_1, v_2

تنش جریان ورق σ_0 = جهت اندازه گیری سرعت خطی به صورت پاد ساعتگرد از محور x θ_1, θ_2

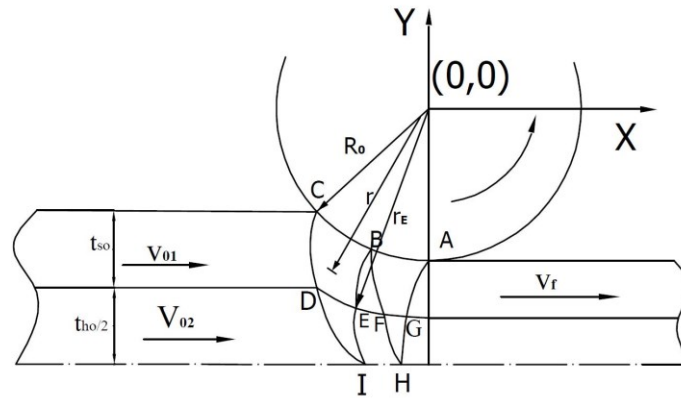
مختصات نقطه‌ی دلخواه روی سطح ناپیوستگی سرعت $(x_A, y_A), (x_B, y_B)$ = مختصات محور

چرخش $(x_{0I}, y_{0I}), (x_{0II}, y_{0II})$

اندیس ۱ اشاره به مقدار سطح ورودی (Γ) دارد و اندیس ۲ اشاره به مقدار سطح خروجی (Γ) دارد.

جدول ۲ مؤلفه‌های سرعت برای هر یک از سطوح ناپیوستگی سرعت

نوع سرعت	سطح ناپیوستگی سرعت										
	Γ_1	Γ_2	Γ_3	Γ_4	Γ_5	Γ_6	Γ_7	Γ_8	Γ_9	Γ_{10}	Γ_{11}
سرعت خطی اولیه	V_f	V'_{01}	V'_{02}	V'_{02}	V'_{01}	V'_{01}	V_{02}	-	-	-	V'_{02}
سرعت خطی ثانویه	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	V'_{01}
سرعت چرخشی اولیه	$-\omega_3$	$-\omega_3$	$-\omega_3$	$-\omega_2$	$-\omega_1$	$-\omega_1$	$-\omega_2$	$-\omega_R$	$-\omega_R$	$-\omega_1$	-
سرعت چرخشی ثانویه	-	-	-	-	-	-	-	$-\omega_1$	$-\omega_3$	$-\omega_2$	-
جهت سرعت خطی (θ)	0^0	0^0	0^0	0^0	0^0	0^0	0^0	-	-	-	0^0



شکل ۳ نحوه‌ی المان گیری و شرایط مرزی برای محاسبه سرعت زاویه ای ω_1

اکنون با انتگرال گیری از معادله‌ی ۵ و جایگزینی شرایط عددی انتگرال از معادله‌ی ۶ داریم:

$$V'_{02} = \frac{V_f(t_{hf})}{2 \left(R_0 + t_{sf} + \frac{t_{hf}}{2} - |Y_F| \right)} \quad (15)$$

$$\omega_1 = \frac{2v_{01}t_{s0}}{(X_E^2 + Y_E^2 - R_0^2)} = \frac{2v_f t_{sf}}{(X_E + Y_E^2 - R_0^2)} \quad (7)$$

به همین ترتیب برای $V'_{01}, \omega_3, \omega_2$ داریم:

۲-۵ محاسبه نسبت سرعت در مناطق صلب مجاور

با مشخص شدن مقادیر $V'_{02}, V'_{01}, \omega_3, \omega_2, \omega_1$ بر حسب سرعت‌های اولیه‌ی تسمه‌ها (V_{02}, V_{01}) یا سرعت نهایی آن‌ها (V_f) و با توجه به روابط ارائه شده در جدول ۱ می‌توان نسبت‌های سرعت (ξ_i, λ_i) در مناطق صلب مجاور را به دست آورد. به طور مثال جهت محاسبه نسبت سرعت برای سطح ناپیوستگی سرعت Γ_1 داریم:

$$\xi_1 = \frac{V_f}{(-\omega_3)} \quad (16)$$

با جایگزینی ω_1 در معادله ۱۶ رابطه زیر برای ξ_1 حاصل می‌گردد:

$$\xi_1 = \frac{(R_0^2 - X_G^2 - (R_0 + t_{sf})^2)}{2t_{sf}} \quad (17)$$

$$V_{02} \left(\frac{t_{h0}}{2} \right) = \int_{r_D}^{r_I} (\omega_2 r) dr = V_f \left(\frac{t_{hf}}{2} \right) \quad (8)$$

$$\omega_2 = \frac{v_f(t_{hf})}{\left[X_I^2 + \left[R_0 + t_{sf} + \frac{t_{hf}}{2} \right]^2 - X_D^2 - [Y_C + t_{s0}]^2 \right]} \quad (9)$$

$$V_f t_{sf} = \int_{R_0}^{r_G} (\omega_3 r) dr \quad (10)$$

$$\omega_3 = \frac{2V_f t_{sf}}{(X_G^2 + (R_0 + t_{sf})^2 - R_0^2)} \quad (11)$$

$$V_{01} t_{s0} = V'_{01} \cdot [|Y_F| - |Y_B|] = V_f t_{SF} \quad (12)$$

۲-۶ شکل و خصوصیات سطح ناپیوستگی سرعت

با مراجعه به جدول ۱ و با توجه به نوع حرکت در نواحی صلب همسایه، شکل و معادله‌ی سطح ناپیوستگی سرعت بین آن‌ها به دست می‌آید. در این روش، اگر هر دو جسم صلب همسایه یا یکی از آن‌ها دارای حرکت چرخشی باشند، سطح ناپیوستگی سرعت بین آن‌ها به صورت یک سطح استوانه‌ای است. اما در صورتی که هر دو جسم صلب همسایه دارای حرکت خطی

$$V'_{01} = \frac{V_f t_{SF}}{(|Y_F| - |Y_B|)} = \frac{V_{01} t_{S0}}{(|Y_F| - |Y_B|)} \quad (13)$$

$$\frac{V_{02} t_{h0}}{2} = V'_{02} [|Y_H| - |Y_F|] = \frac{V_f t_{hf}}{2} \quad (14)$$

۷-۲ محاسبه میزان ناپیوستگی سرعت روی هر یک از سطوح

ناپیوستگی سرعت

میزان ناپیوستگی سرعت روی هر یک از سطوح با توجه به این که سطح ناپیوستگی سرعت مورد نظر بین دو میدان سرعت (چرخشی - چرخشی) یا (خطی - چرخشی) و یا (خطی - خطی) باشد توسط روابط موجود در جدول ۱ مشخص می‌گردد.

به طور مثال برای سطح Γ_1 ، با توجه به اینکه سطح بین دو ناحیه صلب، یکی دارای حرکت چرخشی (ω_3) و دیگری دارای حرکت خطی با سرعت V_f می‌باشد، قرار گرفته است. بنابراین طبق روابط موجود در جدول ۱ برای چنین سطحی، میزان ناپیوستگی سرعت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta V_1 = R_1 |\omega_3| \quad (23)$$

با جایگزین کردن مقادیر ω_3 ، R_1 در معادله‌ی ۲۳ داریم:

$$\Delta V_1 = R_1 \left| \frac{2V_f t_{sf}}{X_G^2 + (R_0 + t_{sf})^2 - (R_0)^2} \right| \quad (24)$$

۸-۲ محاسبه مساحت سطوح ناپیوستگی سرعت

برای محاسبه میزان توان مصرفی روی هر یک از سطوح ناپیوستگی سرعت، لازم است مساحت هر یک از این سطوح ناپیوستگی محاسبه شود. بنابراین با توجه به هندسه شکل ۲ و روابط بیان شده در مراحل قبل و استفاده از روابط مندرج در جدول ۱، مساحت هر یک از سطوح ناپیوستگی سرعت محاسبه می‌گردد. قابل ذکر است پهنای تسمه برابر واحد فرض گردیده است. به طور مثال مساحت سطح ناپیوستگی سرعت Γ_1 به صورت زیر قابل محاسبه است:

با توجه به واحد فرض کردن پهنای تسمه، برای محاسبه مساحت سطح ناپیوستگی استوانه‌ای Γ_1 ، کافی است که طول این سطح بین نقاط A و H مشخص شده در شکل ۲ محاسبه شود. اما به علت این که کمان فوق در دو ماده مختلف با تنش تسلیم متفاوت، واقع شده است بنابراین بایستی طول کمان فوق در هر ماده مشخص شود، بنابراین داریم:

باشند، سطح ناپیوستگی بین آن‌ها به شکل یک صفحه خواهد بود [۹و۸]. بر این اساس، تمامی سطوح به جز سطح Γ_{11} ، به صورت یک سطح استوانه‌ای می‌باشند.

در سطح ناپیوستگی سرعت Γ_{11} ، مطابق شکل ۲ بین دو میدان سرعت با حرکت خطی و با سرعت V'_{o1} و V'_{o2} واقع شده است. لذا با توجه به موارد ذکر شده، سطح فوق به صورت قسمتی از یک صفحه است. شعاع آن برابر است با:

$$R_{11} = \infty \quad (18)$$

به طور مثال سطح ناپیوستگی سرعت Γ_1 سطح جدا کننده نواحی (VII) و (VIII) است. نظر به این که این سطح ناپیوستگی سرعت بین یک میدان سرعت چرخشی (ناحیه VII) و یک میدان سرعت خطی (ناحیه VIII) قرار دارد، شکل آن به صورت یک سطح استوانه‌ای می‌باشد. در این صورت با در نظر گرفتن این که محور چرخش در ناحیه (VII) منطبق بر محور غلطک‌ها (مبدأ مختصات) و سرعت چرخش آن برابر ω_3 است و همچنین سرعت خطی در ناحیه (VIII) برابر با V_f و زاویه آن نسبت به محور افقی $\theta = 0$ می‌باشد مختصات محور سطح ناپیوستگی استوانه‌ای با توجه به روابط بیان شده در جدول ۱ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$X_{O1} = X_{C\Gamma_1} = 0 \quad (19)$$

$$Y_{O1} = Y_{C\Gamma_1} = \xi_1 \quad (20)$$

در رابطه‌ی فوق O_1 مرکز سطح ناپیوستگی سرعت Γ_1 می‌باشد. اکنون با مشخص شدن مختصات مرکز سطح استوانه‌ای Γ_1 ، می‌توان با محاسبه فاصله خطی این مرکز و یک نقطه روی سطح Γ_1 (به طور مثال نقطه A در شکل ۱) شعاع این سطح ناپیوستگی سرعت را به صورت زیر به دست آورد:

$$R_1 = \sqrt{(x_A - x_{o1})^2 + (y_A - y_{o1})^2} \quad (21)$$

$$R_1 = R_0 + \xi_1 \quad (22)$$

سطح فوق، و تنش سیلان ماده‌ی مورد نظر بوده و m فاکتور ثابت اصطکاک مربوط به سطح تماس، می‌باشد.

به طور مثال توان برشی مصرفی در واحد پهنا در سطح Γ_1 ، با توجه به رابطه‌ی ۲۷ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{W}_{\Gamma_1} = (\sigma_{0S} / \sqrt{3}) \cdot \Delta v_1 \cdot A\hat{G} + (\sigma_{0h} / \sqrt{3}) \cdot \Delta v_1 \cdot G\hat{H} \quad (29)$$

که σ_{0h}, σ_{0S} ، به ترتیب تنش تسلیم تسمه‌ی روکش و تنش تسلیم تسمه‌ی میانی می‌باشد.

۳- توان کل تغییر شکل در نورد ورق سه لایه

اکنون با جمع توان‌های برشی مصرفی در واحد پهنا روی هر یک از سطوح ناپیوستگی سرعت که در مدل پیشنهادی شکل ۱ مشخص شده‌اند، توان کل تغییر شکل در نورد تسمه‌ی سه لایه دارای پهنای واحد به دست می‌آید. توان کل تغییر شکل به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$J^* = \left[\begin{array}{c} \dot{W}_{\Gamma_1} + \dot{W}_{\Gamma_2} + \dot{W}_{\Gamma_3} + \dot{W}_{\Gamma_4} + \dots \\ + \dot{W}_{\Gamma_{11}} \end{array} \right] \quad (30)$$

حال با ضرب کردن توان به دست آمده در پهنای ورق مورد استفاده، توان کل تغییر شکل در نورد به دست می‌آید.

با توجه به معادله‌ی بالا ملاحظه می‌شود که توان کل تغییر شکل در واحد پهنا به صورت تابعی از پارامترهای مستقل فرآیند از قبیل $m, V_F, t_{SF}, t_{h0}, t_{S0}, R_0, \sigma_{0h}, \sigma_{0S}$ و پارامترهای متغیر از قبیل $X_D, X_G, X_C, X_H, X_L, L$ و X_E بیان شده است.

به طور کل در آنالیز فرایندهای تغییر شکل توسط تئوری حد فوقانی باید برای نزدیک شدن به شرایط واقعی فرآیند، توان محاسبه شده توسط تئوری حد فوقانی نسبت به پارامترهای هندسی میدان سرعت پیشنهاد شده بهینه گردد. بنابراین توان کل تغییر شکل در فرآیند نورد معادله ۳۰ باید نسبت به پارامترهای میدان سرعت از قبیل $t_{SF}, V_F, L, X_E, X_D, X_G, X_C, X_H, X_L$ بهینه شود.

$$\begin{aligned} A\hat{H} = A\hat{G} + G\hat{H} &= 2R_1 \sin^{-1} \frac{\sqrt{(x_A - x_G)^2 + (y_A - y_G)^2}}{2R_1} \\ &+ 2R_1 \sin^{-1} \frac{\sqrt{(x_G - x_H)^2 + (y_G - y_H)^2}}{2R_1} \end{aligned} \quad (25)$$

اکنون با جای‌گذاری مختصات نقاط G, H, A در رابطه فوق مقدار طول کمان AH به صورت معادله‌ی ۲۶ حاصل می‌گردد.

$$\begin{aligned} A\hat{H} &= 2R_1 \sin^{-1} \left[\frac{(X_G^2 + t_{SF}^2)^{1/2}}{2R_1} \right] + \\ &2R_1 \sin^{-1} \left[\frac{\left((X_G - X_H)^2 + \frac{(t_{HF})^2}{4} \right)^{1/2}}{2R_1} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

پس با توجه به واحد بودن پهنا، مساحت سطح ناپیوستگی سرعت Γ_1 برابر با طول کمان AH خواهد بود.

۲-۹ محاسبه توان برشی و لغزشی روی هریک از

سطوح ناپیوستگی سرعت

در آخرین مرحله، برای محاسبه توان برشی و لغزشی روی سطوح ناپیوستگی سرعت $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5, \Gamma_6, \Gamma_7$ با توجه به معادلات بیان شده در جدول ۱ از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود.

$$\dot{W} = \left(\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \right) \cdot \Delta v \cdot S_S \quad (27)$$

برای محاسبه توان برشی مصرفی روی سطح ناپیوستگی سرعت $\Gamma_8, \Gamma_9, \Gamma_{10}, \Gamma_{11}$ از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود.

$$\dot{W} = \left(\frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \right) \cdot m \cdot \Delta v \cdot S_S \quad (28)$$

در روابط بالا $\sigma_0, \Delta v, S_S$ به ترتیب مساحت سطح ناپیوستگی سرعت، میزان ناپیوستگی سرعت روی

جدول ۳ مشخصات و خواص مکانیکی ورق‌ها [۱۲]

ماده	نوع کاربرد	تنش تسلیم MPa	ابعاد هندسی mm		
			طول L	عرض W	ضخامت t
Al1100	تسمه روکش	۳۴	۳۰۰	۵۰	۱
Mild steel	تسمه میانی	۱۷۰	۳۰۰	۵۰	۱

در مرحله بعد نمونه‌ها با استون چربی زدایی شده و سپس سطوح برسکاری شده و نورد می‌گردند. ضخامت نمونه‌های مورد استفاده طبق جدول ۳ می‌باشد.

۷- نتایج و بحث

نمودار ۱ توان مصرفی کل بر حسب نسبت تغییر شکل کل در سه فاکتور ثابت اصطکاک مختلف m_1 را نمایش می‌دهد. m_1 و m_2 فاکتور ثابت اصطکاک به ترتیب بین ورق‌ها و ورق-غلطک می‌باشد.

فرض می‌شود که ورق‌ها کاملاً چربی زدایی شده‌اند و فاکتور ثابت اصطکاک بین آن‌ها را برابر یک در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر $m_2 = 1$ فرض می‌شود.

در نمودار ۲ نیروی مصرفی نورد نمایش داده شده است. ملاحظه می‌گردد که نتایج حاصل با انتخاب $m_1 = 0.7$ با نتایج تجربی به دست آمده همخوانی خوبی دارد.

در نمودار ۳ میزان کاهش ضخامت هر لایه به ازای نسبت کاهش ضخامت‌های مختلف نشان داده شده است.

با توجه به نمودار ۱ توان مصرفی کل با افزایش نسبت کاهش ضخامت کل افزایش می‌یابد.

با توجه به نمودار ۲ نیروی نورد با افزایش نسبت کاهش ضخامت کل افزایش می‌یابد.

از نمودار ۳ می‌توان فهمید که کاهش ضخامت هر لایه در طی نورد متفاوت می‌باشد.

این اثر به دلیل متفاوت بودن تنش تسلیم هر لایه می‌باشد.

برای بهینه کردن معادله ۳۰ نسبت به پارامترهای فوق می‌توان از روش‌های مختلف بهینه سازی استفاده کرد. در این مقاله از روش تحلیل عددی سیمپلکس^۱ استفاده شده است.

۴- محاسبه نیروی نورد

برای محاسبه نیروی نورد می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده نمود [۱۱و۱۰]:

$$F = \frac{J.R_0}{L.U_0} \quad (31)$$

$$L = \sqrt{R.t.r} \quad (32)$$

$$\%r = \frac{h_o - h_f}{h_o} \times 100 \quad (33)$$

که در آن $F, J, R, L, U_0, t, r, h_o, h_f$ به ترتیب نیروی نورد، توان نورد، تصویر طول تماس غلطک، شعاع غلطک، ضخامت اولیه تسمه، سرعت خطی غلطک، میزان کاهش ضخامت کل تسمه، ضخامت اولیه و ضخامت نهایی می‌باشند.

۵- محاسبه فشار متوسط بین لایه‌ها در طی

نورد

برای محاسبه فشار متوسط بین لایه‌ها می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده نمود [۱۱و۱۰]:

$$P = \frac{F}{L.w} \quad (34)$$

که w پهنای ورق می‌باشد.

۶- آزمایشات تجربی

آزمایشات تجربی با استفاده از تسمه‌های سه لایه‌ی آلومینیوم/ فولاد/ آلومینیوم انجام شده است [۱۲]. ابتدا ورق‌ها تست کشش شده و خواص مکانیکی استخراج گشته‌اند [۱۲]. (جدول ۳)

۸- نتیجه گیری

در این مقاله آموزش مرحله به مرحله‌ی آنالیز نورد متقارن ورق‌های سه لایه به کمک تئوری حد بالا ارایه گردید. نتایجی که به دست آمد عبارتند از:

۱- با انجام مراحل که آموزش داده شد، می‌توان نیرو، توان، فشار متوسط بین لایه‌ها و میزان کاهش ضخامت هر لایه را در طی فرآیند نورد ورق‌های سه لایه محاسبه کرد.

۲- نتایج تجربی هم خوانی مناسبی با نتایج تئوری داشته است.

۳- با توجه به تطابق خوب نتایج تجربی و تئوری، می‌توان از آنالیز فوق برای نورد سرد متقارن ورق‌های سه لایه، با جنس‌های مختلف لایه‌ها، استفاده کرد.

۴- ملاحظه گردید با انتخاب مناسب فاکتور ثابت اصطکاک بین لایه‌ها، می‌توان نتایج قابل قبولی از آنالیز تئوری حد بالا گرفت.

۵- توان و نیروی نورد با افزایش در صد کل کاهش ضخامت، افزایش می‌یابد.

۶- کاهش ضخامت هر لایه به علت متفاوت بودن تنش تسلیم هر لایه، متفاوت می باشد.

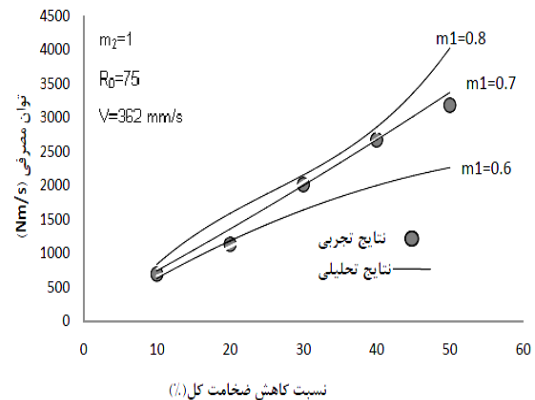
۹- پی نوشت

¹ Simplex

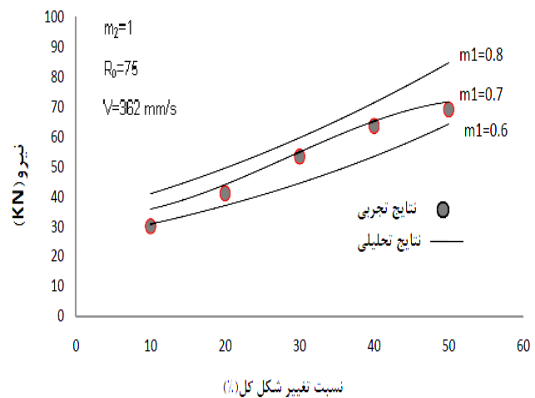
مراجع

- [1] Hwang Y.M., Hsu H.H. and Lee H.J., "Analysis of sandwich sheet rolling by stream function method", International Journal of Mech. Sci., Vol.37, No.3, 1995, pp. 297-315.
- [2] Hwang Y.M. and Kiuchi M., "Analysis of asymmetrical complex rolling of multi-layer sheet by upper bound method", Mech.Eng., Vol.13, No.1, 1992, pp. 33-45.
- [3] Hwang Y.M., Chen T.H. and Hsu H.S., "Analysis of asymmetrical clad sheet rolling by stream function method", International Journal of Mech. Sci., Vol.38, No.4, 1996, pp. 443-460.
- [4] Hawkins R. and Wright J.C., " Observation on the deformation properties of sandwich materials ", International Journal of Mech. Sci., Vol.14, 1972, pp. 875-883.

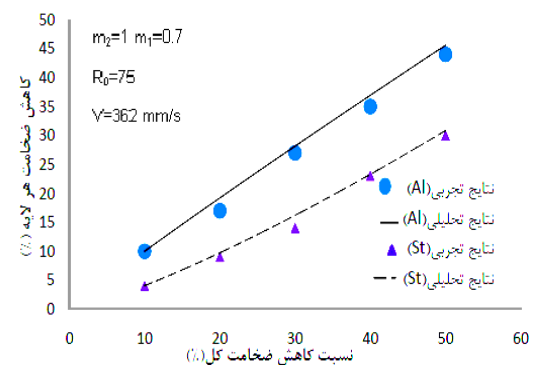
بنابراین در یک نسبت کاهش ضخامت کلی ثابت، کاهش ضخامت ماده نرم تر (AL) بیشتر از ماده سخت تر (St) می‌باشد.



نمودار ۱ اثر کاهش ضخامت بر روی توان نورد



نمودار ۲ اثر کاهش ضخامت بر روی نیروی نورد



نمودار ۳ کاهش ضخامت هر لایه در مقابل کاهش ضخامت کل

- [9] Avitzur B. and Pachla W., "*The upper bound approach to plain strain problems using linear and rotational velocity fields*", Part II. Application, J. Eng. Ind., Vol. 108, **1986**, pp. 307–316.
- [10] Danesh Manesh H. and Karimi Taheri A., "*The Effect of Annealing Treatment on Mechanical Properties of Aluminum Clad Steel Sheet*", Materials & Design, vol.24, **2003**, pp. 617-622.
- [11] Danesh Manesh H. and Karimi Taheri A., "*Bond Strength and Formability of an Aluminum-Clad. Steel Sheet*", Journal of Alloys And Compounds, Vol.361, **2003**, pp. 138-143.
- [12] Danesh Manesh H. and Karimi Taheri A., "*Theoretical and experimental investigation of cold rolling of tri-layer strip*", Journal of Materials Processing Technology, Vol.166,**2005**, pp.163–172.
- [5] Afonja A.A. and Sansome D.H., "*A theoretical analysis of the sandwich rolling process*", International Journal of Mech. Sci., Vol. 15, **1973**, pp. 1–14.
- [6] Kiuchi M., Shintani K. and Hwang Y.M., "*Mathematical simulation of cold sheet rolling and sandwich sheet rolling*", Ann. CIRP, Vol. 41, **1992**, pp. 289–292.
- [7] Hwang Y.M., Hsu H.H. and Lee H.J., "*Analysis of plastic instability during sandwich sheet rolling*", International Journal of Mech. Tools Manuf., Vol.36, No.1, **1996**, pp. 47–62.
- [8] Avitzur B. and Pachla W., "*The upper bound approach to plain strain problems using linear and rotational velocity fields*" , Part I. Basic concepts, J. Eng. Ind., Vol.108, **1986**, pp. 295–306.