به کارگیری استراتژی تکاملی در بهینه‌سازی سازه‌ها با متغیرهای پیوسته

علی رحمانی فیروزجائی[۱] و محمدهادی افشار[۲]

چکیده

در مقاله حاضر با استفاده از استراتژی تکاملی، بهینه‌سازی مسایلی با متغیرهای پیوسته انجام می‌شود. استراتژی تکاملی جزء روش‌های فراکاوشی است که می‌تواند پارامترهای خود را حین روند بهینه‌سازی تنظیم کند. به منظور ارزیابی، بهینه‌سازی توابع شناخته شده با استفاده از استراتژی تکاملی انجام شده و در نهایت نتیجه های حاصل ارایه شده و تاثیر پارامترهای متفاوت بر روند بهینه‌سازی با ارایه جدول های و نمودارهایی مورد بررسی قرار گرفته و در نهایت نیز طرح بهینه یک صفحه تنش مسطح ارایه شده و نتیجه های بدست آمده از روش ارایه شده با نتیجه های حاصل از روش‌های دیگر مقایسه شده است.

واژه های کلیدی: استراتژی تکاملی، روشهای فراکاوشی، بهینه سازی سازه ها، متغیرهای پیوسته

۱. مقدمه

طراحی بهینه سازه‌ها عبارت است از انتخاب متغیرهای طراحی به طوری که وزن یا قیمت سازه به کمترین مقدار ممکن برسد و در عین حال قیدهای تنش و تغییر مکان ارضا شوند. متغیرهای طراحی مسایل بهینه‌سازی سازه می‌توانند متغیرهای پیوسته و یا گسسته باشند. در مسائل مربوط به بهینه‌سازی سازه‌ها بر اساس روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی تحقیقات متعددی انجام شده است [۴-۱]. با توجه به اینکه روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی برای متغیرهای پیوسته توسعه یافته‌اند لذا در تحقیقات انجام شده در مواجهه با متغیرهای گسسته در نظر گرفتن تمهیداتی لازم می‌نمود. مقاله ارایه شده توسط هانسن و واندرپلاتس [۵] و همچنین مقاله سلاجقه و واندرپلاتس[۶] در زمینه بهینه‌سازی سازه‌ها با متغیرهای گسسته اندازه و شکل با به کارگیری روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی نمونه‌ای از این ملاحظات را نشان می‌دهند.

روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی به طور عمومی بر اساس مشتقات تابع عمل می کنند و به همین علت برای مسایلی که در آن‌ها تعداد بهینه‌های موضعی قابل توجه باشند، در یافتن بهینه کلی کارایی کمتری دارند. این امر هنگامی که فضای جستجو بزرگ باشد بیشتر نمایان خواهد گشت. در سال‌های اخیر با الگو گرفتن از طبیعت، روش‌های بهینه‌سازی فراکاوشی توسعه یافته‌اند که به طور عمومی بر اساس تکامل یک جمعیت اولیه، جواب بهینه را جستجو می کنند. روش‌های بالا در یافتن بهینه‌های کلی بسیار کاراتر از روش‌های براساس مشتقات[۱] هستند.

روش استراتژی تکاملی از جمله روشهای بهینه‌سازی فراکاوشی است که اساسا برای مسایل با متغیرهای پیوسته ارایه شده است [۷]. این روش در اوایل دهه ۶۰ میلادی توسط رچنبرگ[۲] و شفل[۳] ارایه شد و در همان زمان به منظور بهینه سازی شکل نازل (Flashing Nozzle) به کار گرفته شد. روش ابتدایی فاقد عملگری مانند (Crossover) بود اما با گذشت زمان استراتژی تکاملی چند عضوی (Multi Membered EA) و استراتژی تکاملی ترکیبی (Recombinative EA) و استراتژی تکاملی خود ترمیم (Self Adaptive EA) ارایه شدند[۸-۱۰].

۲. استراتژی تکاملی

همان طور که توضیح داده شد استراتژی تکاملی به طور عمومی برای بهینه‌سازی مسایل پیوسته کاربرد دارد. در

۱- دانشجوی دکتری عمران – دانشگاه علم و صنعت ایران – تهران – ایران
۲- استادیار دانشکده عمران – دانشگاه علم و صنعت ایران – تهران – ایران
ARahmani@iust.ac.ir MhAfshar@iust.ac.ir

[1] *Gradient Based*
[2] *I. Rechenberg*
[3] *H. P. Schwefel*

حالت کلی یک فرد[1] می‌تواند به صورت رابطه زیر تعریف شد:

$$\{x_1, x_2, ..., x_{nvar}, \sigma_1, ..., \sigma_{n\sigma}, \alpha_1, ..., \alpha_{n\alpha}\} \qquad (۱)$$

که در آن x_i متغیر طراحی iام، σ_i توان تحول[2] و α_i زاویه چرخش[3] است، $nvar$ تعداد متغیرهای طراحی و $n\sigma$ به طور معمول برابر ۱ یا $nvar$ در نظر گرفته می‌شود و $n\alpha$ نیز از رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$n\alpha = \left(nvar - \frac{n\sigma}{2}\right)(n\sigma - 1) \qquad (۲)$$

یکی از عملگرهایی که در سالهای اخیر در استراتژی تکاملی *به کار گرفته شده است* عملگر ترکیب[4] است که به کمک آن از تعداد ρ والد، یک والد ثانویه تولید می شود، جواب حاصله پس از اعمال عملگر تحول[5] فرزندان را تولید می کند. در صورتی که *تعداد* λ والد ثانویه نیاز باشد عملگر ترکیب λ بار انجام می‌گیرد. در صورتیکه *تعداد* والدها برابر ۲ باشد ترکیب *را موضعی*[6] *و اگر بیش از ۲ باشد* ترکیب *را کلی*[7] *می‌نامند. در استراتژی* تکاملی ۲ نوع ترکیب *زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:*

۱.ترکیب واسطه[8] : در این مدل، میانگین ρ والد برای بدست آوردن والد ثانویه مربوط به هر متغیر طراحی محاسبه می شود. یعنی:

$$x'_i = \frac{1}{\rho}\sum_{i=1}^{\rho} x_i \qquad (۳)$$

۲.ترکیب گسسته[9] : در این ترکیب مطابق رابطه ی (۴)، متغیر طراحی iام والد ثانویه از مجموعه متغیرهای طراحی iام، ρ والد به صورت تصادفی انتخاب می شود. قابل ذکر است که والدها خود نیز به صورت تصادفی انتخاب می شوند. واضح است که این عملگر مشابه عملگر *Crossover* در آلگوریتم ژنتیک است.

$$x'_i \in \left\{x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \ldots, x_i^{(\rho)}\right\} \qquad (۴)$$

ρ تعداد والدهای دخیل در تولید والد ثانویه است.

عملگر دیگری که در روش استراتژی تکاملی مورد استفاده قرار می‌گیرد عملگر تحول[10] است که بر اساس توزیع نرمال ارایه شده است. سه نوع عملگر تحول در ES مورد استفاده قرار می‌گیرد که عبارت اند از:

۱. تحول استاندارد با توان تحول ثابت

در این روش توان تحول برای تمام متغیرهای طراحی یک مقدار ثابت خواهد داشت. این عملگر به وسیله رابطه های زیر تعریف شد:

$$\begin{cases} \sigma' = \sigma.e^{\tau.N(0,1)} & \sigma' > \varepsilon_0 \\ \sigma' = \varepsilon_0 & \sigma' \geq \varepsilon_0 \end{cases} \qquad (۵)$$

$$x'_i = x_i + \sigma'.N_i(0,1) \qquad (۶)$$

که در آن $N(0,1)$ نمایشگر مقداری تصادفی است که از توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار ۱ بدست می‌آید. $N_i(0,1)$ نیز نشان دهنده مقدار تصادفی برای متغیر طراحی iام است، مقدار τ به طور معمول به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\tau \propto \frac{1}{\sqrt{nvar}} \qquad (۷)$$

$nvar$ تعداد متغیرهای طراحی است.

۲. تحول استاندارد با توان‌های تحول متفاوت

این نوع تحول امکان رفتار متفاوت برای متغیرهای طراحی متفاوت را ایجاد می‌کند با توجه به اینکه برای هر متغیر طراحی یک توان تحول تعریف می شود واضح است نمایش هر فرد طبق رابطه زیر است:

$$\{x_1, x_2, ..., x_{nvar}, \sigma_1, ..., \sigma_{n\sigma}\} \qquad (۸)$$

مکانیزم تحول با توجه به رابطه های زیر عبارت است از:

$$\begin{cases} \sigma'_i = \sigma_i.e^{\tau'.N(0,1)+\tau.N_i(0,1)} & \sigma' > \varepsilon_0 \\ \sigma'_i = \varepsilon_0 & \sigma' \leq \varepsilon_0 \end{cases} \qquad (۹)$$

$$x'_i = x_i + \sigma'_i.N_i(0,1) \qquad (۱۰)$$

در رابطه های فوق τ و τ' پارامترهائی هستند که به طور معمول از رابطه های (۱۱) و (۱۲) به دست می‌آیند:

$$\tau \propto \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{nvar}}} \qquad (۱۱)$$

$$\tau' \propto \frac{1}{\sqrt{2\,nvar}} \qquad (۱۲)$$

۳. تحول وابسته[11]

این نوع تحول از رابطه های زیر پیروی می‌کند:

$$\begin{cases} \sigma'_i = \sigma_i.e^{\tau'.N(0,1)+\tau.N_i(0,1)} & \sigma'_i > \varepsilon_0 \\ \sigma'_i = \varepsilon_0 & \sigma'_i \leq \varepsilon_0 \end{cases} \qquad (۱۳)$$

---

[1] *Individual*
[2] *Mutation Strength*
[3] *Rotation angle*
[4] *Recombination*
[5] *mutation*
[6] *Local Recombination*
[7] *Global Recombination*
[8] *Intermediary Recombination*
[9] *Discrete Recombination*
[10] *Mutation operator*
[11] *Correlated Mutation*

$$\alpha'_j = \alpha_j + \beta.N(0,1) \quad (۱۴)$$

$$\bar{x}' = \bar{x} + \bar{N}(0,C') \quad (۱۵)$$

C' ماتریس کوواریانس[1] می‌باشد که عبارت است از:

$$\begin{cases} c'_{ii} = \sigma'^2_i \\ c'_{ij,i\neq j} = 0.5\left(\sigma'^2_i - \sigma'^2_j\right)tan\left(2\alpha'_{ij}\right) \end{cases} \quad (۱۶)$$

که $\bar{x}$ و $\bar{x}'$ به ترتیب بردار متغیر طراحی قبل و پس از اعمال عملگر تحول است و $\bar{N}(0,C')$ نیز برداری تصادفی است که از توزیع نرمال چند متغیره به دست می‌آید.

پس از اعمال عملگرهای ترکیب و تحول و تولید نسل جدید لازم است برای سیکل بعدی گروهی به عنوان والد انتخاب شد. روش‌های انتخاب در ES به صورتهای زیر است:

۱. $(1+1)-ES$: در این نوع گزینش از بین ۱ والد و یک فرزند، بهترین به عنوان والد نسل بعد انتخاب می شود.

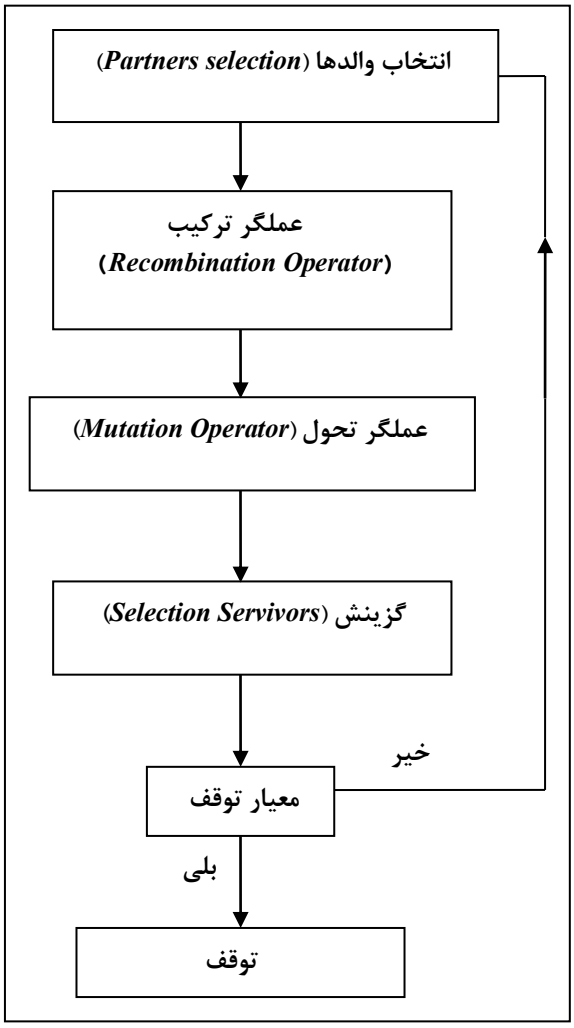
۲. $(\mu+\lambda)-ES$: در این نوع گزینش از اجتماع μ والد و λ فرزند، تعداد μ والد نسل بعد با توجه به برازندگی[2]شان انتخاب می شود.

۳. $(\mu,\lambda)-ES$: در این نوع گزینش از بین λ فرزند، تعداد μ والد نسل بعد با توجه به برازندگی‌شان انتخاب می شود. قابل توجه است که معمولا $\lambda=(5-7)\mu$ در نظر گرفته می‌شود.

۴. $(\frac{\mu}{\rho}+\lambda)-ES$: در این نوع گزینش برای تولید فرزندان از عملگر ترکیب استفاده شود و سپس از اجتماع λ فرزند و μ والد، والدهای نسل بعدی انتخاب می شوند. تعداد والدها در نسل بعدی μ است.

۵. $(\frac{\mu}{\rho},\lambda)-ES$: روش مانند روش توضیح داده شده در بند ۴ است با این تفاوت که μ والد نسل بعد از λ فرزند به دست می‌آیند.

نمودار جریان بهینه سازی به روش استراتژی تکاملی در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱ نمودار جریان بهینه سازی با *ES*

۳. مثالهای عددی

در این بخش جهت ارزیابی روش حاضر از تابع های ریاضی که در مرجع [۱۱] آورده شده است و همچنین از یک مسأله سازه‌ای که در مرجع [۱۲] ارایه شده است، استفاده می‌گردد. این تابع های عبارت اند از:

۳–۱ بهینه‌سازی توابع ریاضی

الف) تابع لوی شماره ۳ (*Levy No.3*)

این تابع عبارت است از :

$$f(x) = \sum_{i=1}^{5}[i\cos((i-1)x_1+i)]\sum_{j=1}^{5}[j\cos((j+1)x_2+j)]$$

$$-10 \le x_i \le 10 \quad , \quad i=1,2$$

تابع بالا دارای حدود ۷۶۰ بهینه موضعی و ۱۸ بهینه سراسری[3] می‌باشد مقدار تابع هدف در بهینه‌های کلی برابر

[1] *Covariance*
[2] *Fitness*
[3] *Global optimum*

۱۷۶/۵۴۲- است.

ب) تابع لوی شماره ۵ (*Levy No. 5*)

تابع لوی شماره ۵ به صورت رابطه ی (۱۹) است.

$$f(x)=\sum_{i=1}^{5}[i\cos((i-1)x_1+i)]\sum_{j=1}^{5}[j\cos((j+1)x_2+j)]+(x_1+1.42513)^2+(x_2+0.80032)^2 \quad (۲۰)$$

$$-10\le x_i\le 10 \quad , \quad i=1,2$$

این تابع دارای حدود ۷۶۰ بهینه موضعی و تنها یک بهینه سراسری به مختصات $(-1.3068,1.4248)^T$ دارد. مقدار تابع هدف در بهینه سراسری این تابع ۱۷۶/۱۳۷۵- است.

ج) تابع لوی شماره ۸ (*Levy No. 8*)

تابع لوی شماره ۸ به صورت رابطه ی (۲۱) است.

$$f(x)=\sin^2(\pi y_1)+\sum_{i=1}^{n-1}(y_i-1)^2\left[1+10\sin^2(\pi y_i+1)\right]+(y_n-1)^2 \quad (۲۱)$$

$$-10\le x_i\le 10 \quad , \quad i=1,2,...,n \quad (۲۲)$$

که به ازای $n=3$ تابع فوق دارای حدود ۱۲۵ بهینه موضعی و یک بهینه سراسری در نقطه $(1,1,1)^T$ است که مقدار تابع در این نقطه برابر صفر است.

د) تابع فرودنستاین ـ روث (*Freudenstein-Roth*)

$$f(x)=[-13+x_1+((5-x_2)x_2-2)x_2]^2+[-29+x_1+((x_2+1)x_2-14)x_2]^2 \quad (۲۳)$$

$$-10\le x_i\le 10 \quad , \quad i=1,2 \quad (۲۴)$$

تابع فوق دارای بهینه سراسری $(5,4)^T$ است که مقدار تابع هدف در آن برابر صفر است.

هـ) تابع گلدستین ـ پرایس (*Goldstein-Price*)

این تابع به وسیله رابطه های زیر تعریف می شود:

$$f_1(x)=\left(19-14x_1+3x_1^2-14x_2+6x_1x_2+3x_2^2\right)$$

$$f_2(x)=\left(18-32x_1+12x_1^2+48x_2-36x_1x_2+27x_2^2\right)$$

$$f(x)=31+(x_1+x_2+1)^2 f_1(x)+(2x_1-3x_2)^2 f_2(x)$$

$$-10\le x_i\le 10 \quad , \quad i=1,2 \quad (۲۶)$$

این تابع نیز تنها یک بهینه سراسری به مختصات $(0,-1)^T$ دارد و مقدار تابع در این نقطه برابر ۳ است.

۳-۲ تحلیل نتیجه ها

در این تحقیق به منظور ارزیابی روش فوق و بررسی تاثیر پارامترهای موجود مقدار $\mu\in\{5,10,50,100\}$ ، $\lambda=7\mu$ در نظر گرفته شده و از روش گزینش $(\mu,\lambda)-ES$ استفاده گردیده است. جداول (۱) الی (۴) میانگین تعداد محاسبه تابع[1] را برای توابع مختلف با استفاده از گزینش $(\mu,\lambda)-ES$ و تعداد والدهای (μ) متفاوت نشان می‌دهد. همانطور که انتظار می‌رود درصد موفقیت در یافتن جواب‌های بهینه سراسری با افزایش تعداد والدها افزایش می‌یابد.

از طرفی نتایج حاصل از ابتدائی‌ترین روش استراتژی تکاملی که اولین بار توسط رچنبرگ و شفل مورد استفاده قرار گرفت، در جدول (۵) ارائه شده است. در این روش تنها ۱ والد در نظر گرفته می‌شود و فرایند گزینش از نوع گزینش $(1+1)-ES$ می‌باشد. عملیات تا ۱۰۰۰۰۰ بار محاسبه تابع ادامه داده شده است. مقایسه درصد موفقیت‌های بدست آمده در روش‌های نوین استراتژی تکاملی (جداول۴-۱) با روش ابتدائی استراتژی تکاملی

جدول شماره ۱ اطلاعات مربوط به $\mu=5$

	میانگین تعداد محاسبه های تابع	میانگین مقدار تابع	درصد موفقیت	مقدار بهینه سراسری
Levy No. 3	۵۷۲۴	-۱۵۷,۲۹۸	۶۰	-۱۷۶,۵۴
Levy No. 5	۱۸۶۴	-۱۶۶,۲۵۹	۷۶	-۱۷۶,۱۳
Levy No. 8	۳۰۹۳	۰,۰۰	۱۰۰	۰,۰۰
Goldstein-Price	۲۴۱۶	۷,۳۲	۹۲	۳,۰۰
Freudenstein-Roth	۱۲۳۸	۶۹,۵۲	۳۲	۰,۰۰

جدول شماره ۲ اطلاعات مربوط به $\mu=10$

	میانگین تعداد محاسبه های تابع	میانگین مقدار تابع	درصد موفقیت	مقداربهینه سراسری
Levy No. 3	۱۴۱۵۹	-۱۶۷،۰۴۷	۸۰	-۱۷۶،۵۴
Levy No. 5	۲۴۸۷	-۱۶۷،۵۴۴	۸۰	-۱۷۶،۱۳۷
Levy No. 8	۴۵۶۰	۰،۰۰	۱۰۰	۰،۰۰
Goldstein-Price	۲۳۶۶	۳،۰۰	۱۰۰	۳،۰۰
Freudenstein-Roth	۱۸۴۸	۳۰،۳۱	۴۰	۰،۰۰

[1] Function evaluation

(جدول ۵) نشان دهنده کارائی بالای روش‌های نوین در یافتن جواب‌های بهینه سراسری می‌باشد

جدول شماره ۳ اطلاعات مربوط به $\mu = 50$

	میانگین تعداد محاسبه های تابع	میانگین مقدار تابع	درصد موفقیت	مقداربهینه سراسری
Levy No.3	۲۸۶۷۲	-۱۷۴,۰۴۸	۹۲	-۱۷۶,۵۴
Levy No. 5	۹۰۳۰	-۱۷۱,۰۴۳	۸۴	-۱۷۶,۱۳۷
Levy No. 8	۱۷۱۳۶	۰,۰۰	۱۰۰	۰,۰۰
Goldstein-Price	۸۸۲۰	۳,۰۰	۱۰۰	۳,۰۰
Freudenstein-Roth	۷۶۴۴	۱۹,۴۹۹	۶۴	۰,۰۰

جدول شماره ۴ اطلاعات مربوط به $\mu = 100$

	میانگین تعداد محاسبه های تابع	میانگین مقدار تابع	درصد موفقیت	مقداربهینه سراسری
Levy No. 3	۱۰۹۳۶۸	-۱۷۶,۵۴	۱۰۰	-۱۷۶,۵۴
Levy No. 5	۱۶۴۹۲	-۱۷۶,۱۳	۱۰۰	-۱۷۶,۱۳۷
Levy No. 8	۳۲۲۵۶	۰,۰۰	۱۰۰	۰,۰۰
Goldstein-Price	۱۷۲۲۰	۳,۰۰	۱۰۰	۳,۰۰
Freudenstein-Roth	۱۶۹۶۸	۲,۴۲۳	۹۶	۰,۰۰

جدول شماره ۵ اطلاعات مربوط به روش گزینش $(1+1)-ES$ پس از ۱۰۰۰۰۰ محاسبه تابع

	میانگین تعداد محاسبه های تابع	درصد موفقیت	مقداربهینه سراسری
Levy No. 3	-۱۴۲,۶۶	۳۶	-۱۷۶,۵۴
Levy No. 5	-۱۴۷,۷۹	۵۲	-۱۷۶,۱۳۷
Levy No. 8	۰,۲۲۴	۸۴	۰,۰۰
Goldstein-Price	۱۶۶,۷۸	۵۲	۳,۰۰
Freudenstein-Roth	۲,۸۴	۷۶	۰,۰۰

بررسی اطلاعات موجود در جدول بالا نشان می‌دهد که افزایش تعداد والدها در رسیدن به پاسخ بهینه سراسری تاثیر مثبت دارد. به عنوان نمونه درصد موفقیت و میانگین تعداد محاسبه های تابع برای بهینه‌سازی تابع لوی شماره ۵ برای روش گزینش $(\mu,\lambda)-ES$ و تعداد والدها برابر ۵ و ۱۰ و ۵۰ و ۱۰۰ در جدول شماره ۶ نشان داده شده است.

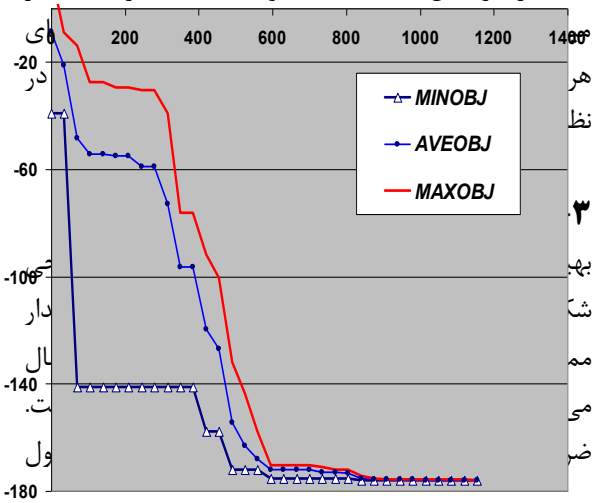
جدول ۶ :تاثیر تعداد والد بر درصد موفقیت و تعداد محاسبات تابع

	$\mu=5$	$\mu=10$	$\mu=50$	$\mu=100$
درصد موفقیت	۷۶	۸۰	۸۴	۱۰۰
میانگین تعداد محاسبات تابع	۱۸۶۴	۲۴۸۷	۹۰۳۰	۱۶۴۹۲

قابل ذکر است که به ازای روش گزینش $(\mu+\lambda)-ES$ نتیجه های همین روند را تایید می‌کند.

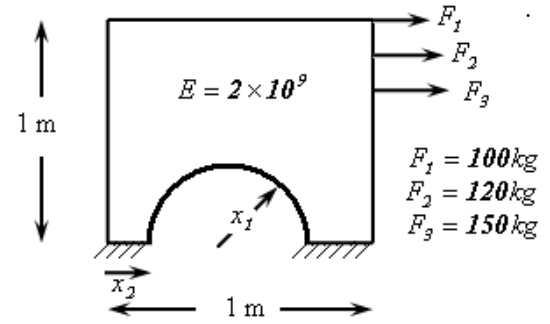
در نمودار ۱ روند رسیدن به جواب بهینه برای تابع لوی شماره ۵ با $\mu=5$ و $\lambda=35$ با گزینش $(\mu+\lambda)-ES$ نمایش داده شده است.

در این نمودار *maxobj* مقدار حداکثر پاسخ بهینه محاسبه شده در هر نسل است. *aveobj* و *minobj* به ترتیب مقدار



نمودار شماره ۱ روند همگرائی مسأله بهینه سازی

الاستیسیته آن برابر (kg/m^2) ۲×۱۰^9 و وزن واحد حجم آن نیز (kg/m^2) ۲۴۰۰ است. ضخامت صفحه (cm) ۱۰، تنش مجاز فشاری (kg/m^2) ۷×۱۰^5 و تنش مجاز کششی (kg/m^2) ۷×۱۰^4 در نظر گرفته شده است.



شکل ۴ صفحه و بارگذاری آن

این سازه به وسیله ی برنامه کامپیوتری و به صورت تنش مسطح تحلیل گردیده است. در روند بهینه‌سازی با در نظر گرفتن $\mu = 10$، $\lambda = 70$ و با درنظر گرفتن روش انتخاب $(\mu,\lambda)-ES$، نتیجه های حاصل از روش بهینه‌سازی حاضر با روش‌های مبتنی بر مفاهیم تقریب‌سازی ارایه شده در مرجع [۱۲] در جدول ۷ مقایسه شده است. در این مسأله با در نظر گرفتن روش تابع های جریمه، مسئله مقید بالا به صورت مسأله‌ای نامقید درآمده و سپس بهینه شده است.

جدول ۷ مقایسه روشهای تقریب سازی با روش جدید

روش حاضر	تقریب دو نقطه‌ای با p ثابت	تقریب خطی	
۰٫۳۵	۰٫۳۴	۰٫۳۴	x_1 (m)
۰٫۲۱	۰٫۲۶	۰٫۲۶	x_2 (m)
۱۹۳٫۲۵	۱۹۶٫۴۴	۱۹۶٫۴۴	وزن بهینه (kg)

۴- نتیجه‌گیری

در بهینه‌سازی مسایل پیوسته با استفاده از روش استراتژی تکاملی که اساسا برای مسایل پیوسته ارایه شده‌است نیازی به کارگیری روش‌های گسسته‌سازی وجود ندارد. این مسأله می‌تواند مزیت بکارگیری روش حاضر بر روش‌های بهینه‌سازی مانند آلگوریتم ژنتیک و جامعه مورچگان را که ذاتی گسسته دارند نشان دهد.

افزون بر عامل مذکور روش استراتژی تکاملی قابلیت بیشتری نسبت به روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی در یافتن بهینه کلی دارد. با توجه به نتیجه های مسایل مطرح شده و مطالب ارایه شده و مقایسه جواب‌های بهینه روش حاضر با روش‌های گذشته، این روش، روشی کارا، مطلوب و بسیار مناسب برای یافتن بهینه سراسری است.

۵- مراجع

[1] G. M. Fadel, M. F. Riley and J. F. M. Barthelemy, Two-Point Exponential Approximation Method for Structural Optimization, Structural Optimization, Vol. 2, 117-124 ,**1990**.

[2] L. P. Wang and R. V. Grandhi, Efficient Safety Index Calculation for Structural Reliability Analysis, Computers and Structures, Vol. 52, 103- 111 ,**1994**.

[3] L. P. Wang and R.. V. Grandhi, Improved Two - Point Function Approximations for Design Optimization, AIAA Journal, Vol. 33, 1720- 1727, **1995**.

[4] E. Salajegheh, Optimum design of plate structures using three-point approximation, Structural Optimization, VOL. 13, 142-147, **1997**.

[5] S. Hansen and G. Vanderplaats, Approximation method for configuration optimization of trusses, AIAA Journal, Vol. 28, **1990,** pp. 161–168.

[6] E. Salajegheh, and G. Vanderplaats, Optimum design of trusses with discrete sizing and shape variables, Structural Optimization, Vol. 6, **1993,** pp. 79-85.

[7] T. Back, Evolutionary Algorithm in Theory and Practice, Oxford University Press, New York. **1996**

[8] Frank Hoffmann, Incremental Tuning of Fuzzy Controllers by Means of an Evolution Strategy, GP-98 Conference, Madison, Wisconsin, **1998**.

[9] S. D. Muller, J. H. Walther, P.D. Koumoutsakos, Evolution Strategy for film cooling Optimization, J. AIAA, Vol. 39, No. 4, **1999**.

[10] G. Dietz, R. Voß, R.D. Breuker, Airfoil Optimization Based On An Evolution Strategy With Respect To Aeroelasticity, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS 2004, **2004**.

[11] K.E. Parsopoulos, M.N. Vrahatis, Recent approaches to global optimization problems through Particle Swarm Optimization, Natural Computing, Vol 1, No. 2-3, **2002,** pp. 235–306.

[۱۲] سلاجقه عیسی و رحمانی فیروزجائی علی، «بهینه‌سازی صفحات با محدودیت تنش و تغیرمکان»، کنفرانس بین‌المللی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، **۱۳۷۷**